

Dependence with the Temperature of the Defect Modes in a One-dimensional Photonic Crystal

Francis Segovia-Chaves
Universidad Surcolombiana

Sergio Herrera Álvarez
Universidad Surcolombiana

Received: April 26, 2017

Accepted: November 15, 2017

pág 47 - 56

Abstract

In the present work we calculate the dependence with the temperature of the modes located in the transmittance spectrum for a one-dimensional photonic crystal with two defects. The structure in question is composed of materials of TiO_2 and SiO_2 . Making use of transfer matrix method for the TE polarization case with a normal incidence, we find the presence of two defect modes around the design wavelength λ_0 . By taking into account the dependence on the temperature of the refractive index and the thickness of the crystal, a shift to long wavelengths of the defect modes is shown as the temperature increased.

Keywords: One-dimensional photonic crystal, the transfer matrix method, transmittance.

DOI: 10.25100/rc.v21i2.6698

Dependencia con la temperatura de los modos defecto en un Cristal fotónico unidimensional

Resumen

En el presente trabajo calculamos la dependencia con la temperatura de los modos localizados en espectro de transmitancia para un Cristal fotónico unidimensional con dos defectos. La estructura considerada está formada por materiales de TiO_2 y SiO_2 . Haciendo uso del método de transferencia matricial para el caso de polarización TE con incidencia normal, se encuentra la presencia de dos modos defecto alrededor de la longitud de onda del diseño λ_0 . Al tener en cuenta la dependencia con la temperatura del índice de refracción y de los espesores del cristal, se muestra un corrimiento a longitudes de onda largas de los modos defecto a medida que se incrementa la temperatura.

Palabras clave: Cristal fotónico unidimensional, método de la matriz transferencia, transmitancia.

1 Introducción

En 1987 se publicaron dos trabajos de manera independiente los cuales marcan el nacimiento de lo que hoy en día se conoce como cristales fotónicos (CF)^(1,2). Este tipo de cristales se caracterizan por tener una modulación periódica en el espacio de su constante dieléctrica, y en esencia son semiconductores de luz; en ellos la luz siempre

encuentra alguna dirección por la que puede propagarse. Las ondas de luz que tienen permitido propagarse en el cristal se conocen como modos, los grupos de modos forman las bandas ⁽³⁾. Un elemento de interés para el diseño y posterior utilización de los *CF* es determinar las regiones de existencia de las bandas fotónicas prohibidas (*BFP*), en las que ningún modo con energía que se encuentre en esta región se propagará ^(4,5).

Entre los métodos numéricos que permiten obtener información de la estructura de bandas se destaca el método de expansión de ondas planas, el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo y el método de la matriz de dispersión ⁽⁶⁻⁸⁾. La existencia de los *BFP* en *CF* da lugar a diferentes fenómenos ópticos entre los que podemos mencionar la inhibición de emisión espontánea, guiar la luz a través de circuitos ópticos, guías de ondas con pérdidas bajas y resonadores Fabry Perot ⁽⁹⁾.

La introducción de defectos que rompen la periodicidad espacial del *CF*, sean puntuales, lineales o planares, producen la localización de modos electromagnéticos o guiado de la radiación dentro del *BFP* ⁽¹⁰⁻¹²⁾. Los defectos se introducen en el *CF* cambiando el espesor de las capas, insertando otro dieléctrico a la estructura, o removiendo una capa del *CF*. Es en este ámbito donde los *CF* adquieren gran relevancia, pues con dichos sistemas es posible producir microcavidades con elevados factores de calidad y guías de onda de alta eficiencia ⁽¹³⁾. Los cristales fotónicos pueden ser descritos formalmente con la teoría electromagnética de Maxwell, lo que los convierte en sistemas de características escalables, es decir, las propiedades electromagnéticas de un cristal microscópico cuyo trabajo sea en el rango espectral visible, se mantienen si el cristal se escala a un tamaño macroscópico en el rango de las microondas. En este trabajo, haciendo uso de la teoría electromagnética calcularemos la dependencia del espectro de transmitancia con la temperatura; emplearemos el método de la matriz de transferencia cuando se introduce dos defectos en el cristal fotónico unidimensional (*CF-1D*).

2 Fundamento Teórico

Consideremos primero un haz de luz incidente a un ángulo θ desde la izquierda de un *CF-1D* en dirección z , como se muestra en la Figura 1. En el *CF-1D*, N es el número de periodos de las bicapas, H y L son las capas de índices de refracción alto n_H y bajo n_L , respectivamente. El comportamiento de la luz se fundamenta en las ecuaciones de Maxwell; el campo eléctrico para el modo *TE* satisface la ecuación de Helmholtz ⁽¹⁴⁾:

$$\partial_z^2 E(z) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(z) E(z) = 0, \quad (1)$$

donde $\epsilon(z)$ es la constante dieléctrica relacionada con el índice de refracción por $\epsilon(z) = n^2(z)$. La solución de la ecuación (1), para la capa j -th está dada por

$$\vec{E}_j(x,z) = (A_j e^{ik_{j,z}z} + B_j e^{-ik_{j,z}z}) e^{-ik_x x} e_y, \quad (2)$$

donde el modo *TE* es paralelo a la interface del *CF-ID*, $k_{j,z} = \sqrt{(w/c)^2 \epsilon_j - k_x^2}$ y ϵ_j , es la componente *z* del vector de onda y la constante dieléctrica en la *j-th* capa, respectivamente. La componente transversal del vector de onda es $k_x = k_0 \sin \theta$, con k_0 el vector de onda en el medio incidente.

Los parámetros A_j y B_j se calculan mediante las condiciones de continuidad de las componentes tangenciales de los campos electromagnéticos en las interfaces del *CF-ID*, lo cual requiere resolver un número enorme de ecuaciones algebraicas, por lo tanto es necesario recurrir al método de la matriz transferencia (*MMT*)⁽¹⁴⁾. De acuerdo al *MMT*, cada capa puede ser representada por una matriz

$$M_j = D_j P_j D_j^{-1}; j = H, L. \tag{3}$$

En la ecuación (3) la matriz de propagación está definida como

$$P_j = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_j} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi_j} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

donde la fase φ_j es

$$\varphi_j = k_{j,x} d_j = \frac{2\pi d_j}{\lambda} n_j \cos \theta_j. \tag{5}$$

En la ecuación (5), d_j , n_j y θ_j son el espesor, el índice de refracción y el ángulo en la *j-th* capa, respectivamente. La matriz dinámica está dada por

$$D_j^{TE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_j \cos \theta_j & -n_j \cos \theta_j \end{pmatrix}. \tag{6}$$

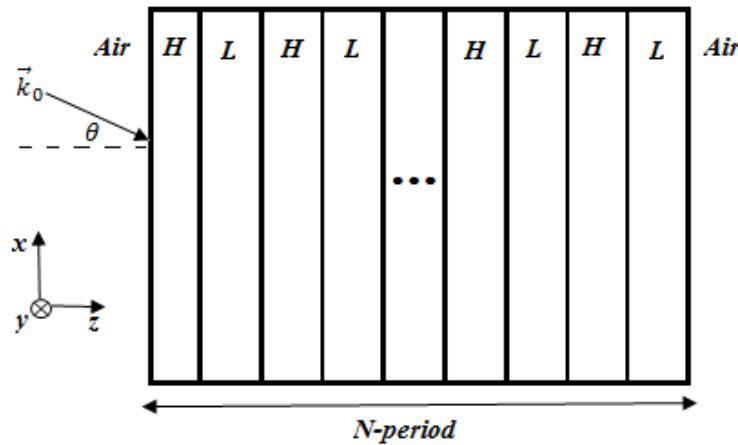


Figura 1. Esquema de una heteroestructura *CF-ID*, Aire / $(HL)^2$ /Aire.

La matriz de transferencia total para la estructura Aire/(HL)²/Aire, es

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} [M_H M_L]^N D_0, \quad (7)$$

donde D_0 es la matriz dinámica del aire.

La reflectancia R y la transmitancia T en el caso de incidencia normal sobre la estructura está dada por

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad \text{y} \quad T = \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2, \quad (8)$$

donde M_{11} y M_{21} representan los elementos matriciales de la matriz de transferencia, ecuación (7).

3 Resultados

En los siguientes cálculos consideramos un *CF-ID*, Aire/(HL)²/Aire con una *BFP* en la región visible y a una temperatura fija de 25°C. Aquí, H se toma como TiO_2 con índice de refracción $n_{\text{TiO}_2} = 2.2$ y SiO_2 con $n_{\text{SiO}_2} = 1.45$ para la capa L , el periodo es $N=6$. Adicionalmente, las capas son un cuarto de longitud de onda, esto es, ⁽¹⁵⁾

$$n_{\text{TiO}_2} d_{\text{TiO}_2} = n_{\text{SiO}_2} d_{\text{SiO}_2} = \frac{\lambda_0}{4}, \quad (9)$$

donde λ_0 es la longitud de onda de diseño que asumiremos de 500 nm . Nuestro estudio está restringido solamente al caso de incidencia normal, donde el borde izquierdo de la banda λ_L y el borde derecho de la banda λ_R puede ser calculado mediante la teoría de reflectores de Bragg, usando las siguientes ecuaciones ⁽¹⁶⁾,

$$\lambda_L = \frac{\pi(n_{\text{TiO}_2} d_{\text{TiO}_2} + n_{\text{SiO}_2} d_{\text{SiO}_2})}{\cos^{-1}(-\rho)}, \quad \lambda_R = \frac{\pi(n_{\text{TiO}_2} d_{\text{TiO}_2} + n_{\text{SiO}_2} d_{\text{SiO}_2})}{\cos^{-1}(\rho)}. \quad (10)$$

Con el coeficiente de Fresnel $\rho = (n_{\text{TiO}_2} - n_{\text{SiO}_2}) / (n_{\text{TiO}_2} + n_{\text{SiO}_2})$. Mediante la ecuación (10), junto con los parámetros del material se encuentra que los bordes de la banda son $\lambda_L = 441.79 \text{ nm}$ y $\lambda_R = 575.87 \text{ nm}$, Figura 2.

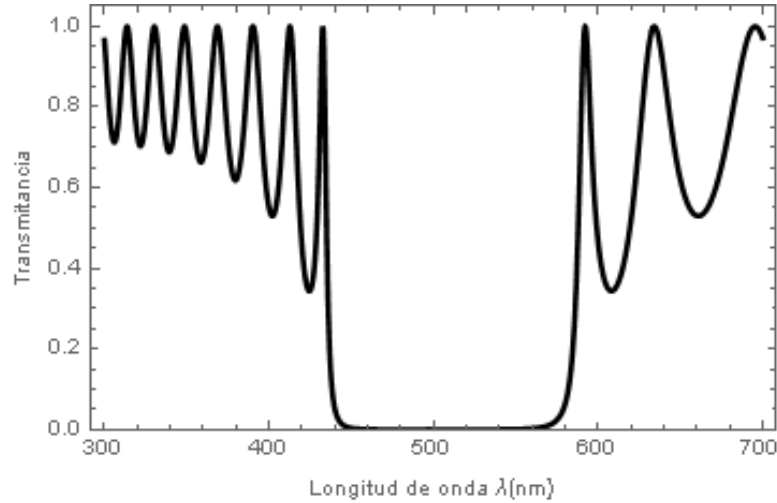


Figura 2. Cálculo de la transmitancia para CF-1D, Aire/(TiO₂/SiO₂)⁶/Aire.

En lo que sigue vamos a investigar la inclusión de dos defectos a la CF-1D: (HL)^N/D/(HL)^N/D/(HL)^N, donde los defectos D son materiales de SiO₂, como se muestra en la Figura 3.

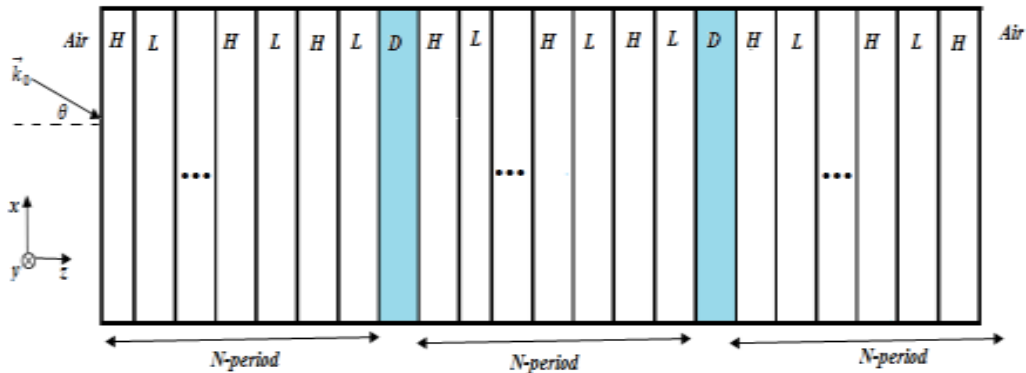


Figura 3. Esquema de una heteroestructura CF-1D con dos defectos D, Aire/(HL)^N/D/(HL)^N/D/(HL)^N/Aire

Para este caso la matriz de transferencia total para la estructura es:

$$M = D_0^{-1} [M_H M_L]^N M_D [M_H M_L]^N D_0. \quad (11)$$

En la Figura 4 se muestra la presencia de dos picos de transmisión localizados alrededor de λ_0 dentro del BFP con una transmitancia máxima de 87.4% y 85.1%, para longitudes de onda de 495.5 nm y 504.5 nm, respectivamente. Un modo TE de luz que se propague a través de la estructura CF-1D no será reflejado totalmente en la BFP si el campo tiene una longitud de onda con alguno de los dos valores anteriormente señalados. Los modos defecto localizados en CF-1D hacen que este tipo de estructuras pueda utilizarse como filtros multicanal, ya que al aumentar el número de defectos se

incrementa el número de filtros en la región de la *BFP* con potenciales aplicaciones en filtros de banda estrecha.

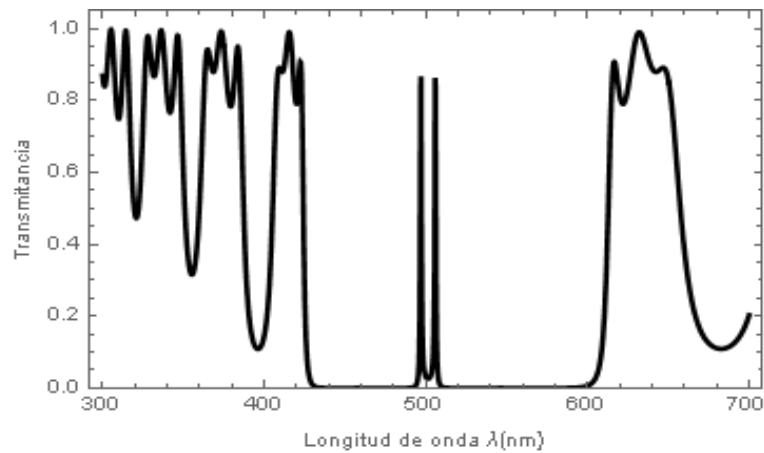


Figura 4. *Calculo de la transmitancia para CF-1D, Aire/(TiO₂/SiO₂)⁶/SiO₂/(TiO₂/iO₂)⁶/SiO₂/(TiO₂/SiO₂)⁶/Aire.*

Sin embargo, los modos defecto dependen con la temperatura por dos factores: primero, debido a la expansión térmica la cual origina que el espesor d de cada material sea función de la temperatura, ⁽¹⁷⁾:

$$d(T)=d_0(1+\alpha\Delta T). \quad (12)$$

En la ecuación (12), α es el coeficiente de expansión térmica, y ΔT es la variación en la temperatura. Los coeficientes de expansión α del TiO₂ y SiO₂, son $8.0 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ y $5.5 \times 10^{-7}/^{\circ}\text{C}$, respectivamente ⁽¹⁵⁾.

Segundo, el efecto termo-óptico, esto es, el índice de refracción de los medios materiales varía con cambios en la temperatura, esta dependencia viene determinada por:

$$n(T)=n_0(1+\beta\Delta T). \quad (13)$$

En la ecuación (13), β es el coeficiente térmico-óptico. Los coeficientes de expansión β del TiO₂ y SiO₂, son $-2.31 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ y $1.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, respectivamente ⁽¹⁸⁾.

Ambos factores son considerados simultáneamente en el presente trabajo. En la Figura 5, calculamos el espectro de transmitancia para tres diferentes temperaturas, 25°C, 125°C y 225°C. Se muestra un corrimiento al rojo al incrementar la temperatura, esto se puede explicar de la ecuación (4) y ecuación (5); cuando el espesor y el índice de refracción aumentan, la longitud de onda λ se incrementa para mantener la fase φ sin cambios.

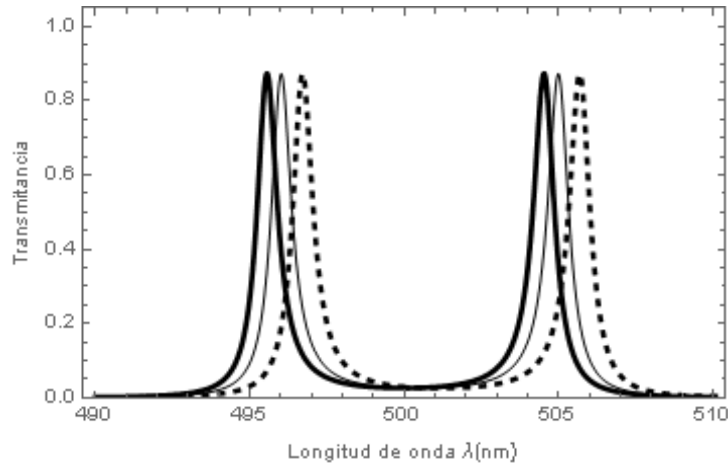


Figura 5. Cálculo de la transmitancia para los modos defecto con $\Delta T=0^{\circ}\text{C}$ (curva gruesa), $\Delta T=100^{\circ}\text{C}$ (curva delgada) y $\Delta T=200^{\circ}\text{C}$ (curva a trazos).

Finalmente, examinemos el efecto del espesor sobre los modos defecto en $CF-1D$, $(HL)^N/mD/(HL)^N/mD/(HL)^N$, donde m representa el número de defectos repetidos. En la Figura 6, se muestra el espectro de transmitancia para el caso $m=3$ y con un incremento de temperatura de $\Delta T=100^{\circ}\text{C}$, al igual que el espectro presentado en la Figura 4, los dos modos defectos están fijos alrededor de la longitud de onda de diseño λ_0 con la presencia de nuevos picos de transmisión.

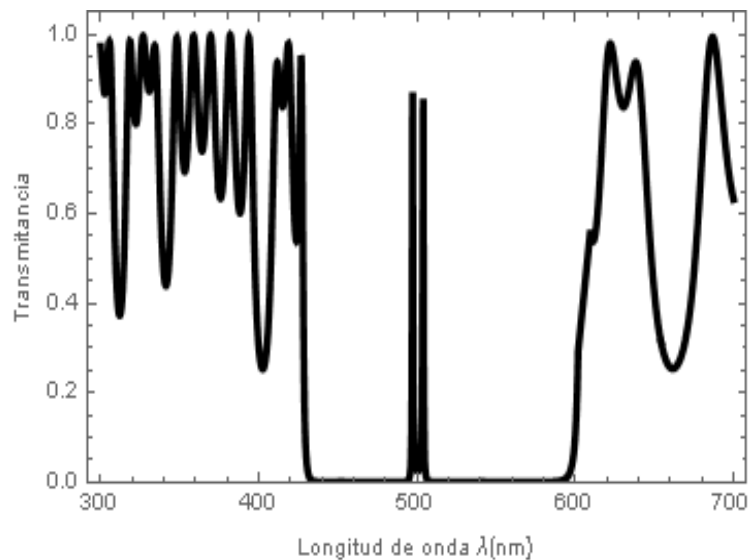


Figura 6. Cálculo de la transmitancia TE para $CF-1D$, $Aire/(HL)^6/mL/(HL)^6/mL/(HL)^6/Aire$, con $m=3$ y $\Delta T=100^{\circ}\text{C}$.

En la Figura 7, se muestra el espectro de transmitancia para $m=4$ y con un incremento de temperatura de $\Delta T=300^{\circ}\text{C}$; cuatro picos de transmisión que se encuentran localizados dentro de la BFP con valores de transmitancia de 95% para longitudes de onda entre 444.5 nm, 457.4 nm, 551.9 nm y 574.4 nm.

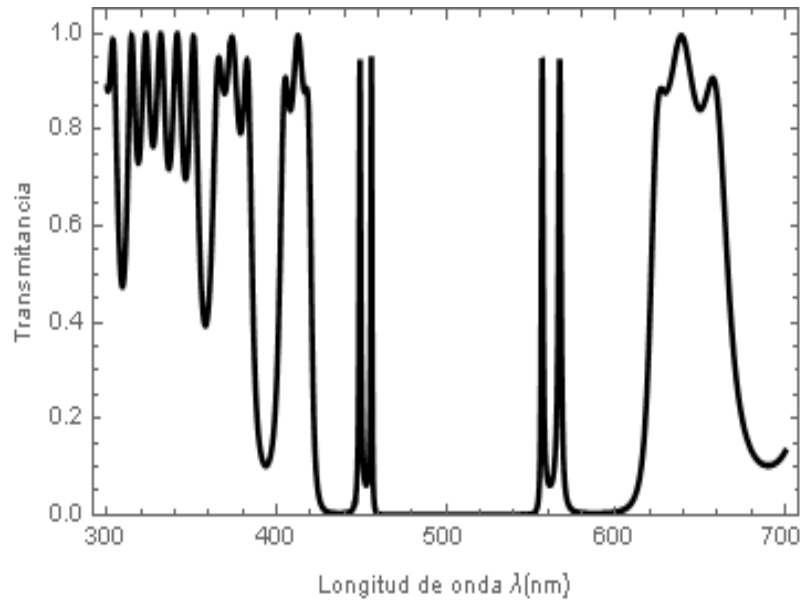


Figura 7. Cálculo de la transmitancia TE para CF-ID, $Aire/(HL)^6/mL/(HL)^6/mL/(HL)^6/Aire$, donde $m=4$ y $\Delta T=300^\circ C$.

4 Conclusiones

La propiedad inusual de los cristales fotónicos de permitir la propagación de la luz para ciertos rangos de longitudes de onda, se demuestra haciendo uso del método de la matriz transferencia al calcular el espectro de transmisión para ondas con polarización TE con incidencia normal al CF-ID. El introducir defectos en el CF-ID, origina la aparición de picos de transmitancia los cuales se encuentran localizados en la BFP, denominados modos defecto. Al considerar dos defectos en el CF-ID origina la aparición de dos picos de transmitancia alrededor de la longitud de onda de diseño λ_0 . Se encuentra un corrimiento de los dos modos defecto a longitudes de onda mayores a medida que se incrementa la temperatura. El espectro de transmitancia depende del número de veces (m) en que se repita los defectos. Para valores impares de los espesores, los modos defecto mantienen su posición alrededor de λ_0 . Mientras que para valores pares de los espesores, se encuentra la aparición de cuatro modos defectos en la BFP.

Agradecimientos. Los autores agradecen a la Vicerrectoría de Investigación y Proyección Social de la Universidad Surcolombiana.

Referencias bibliográficas

1. Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics. Phys Rev Lett. 1987;58(20):2059-2062.
2. John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. Phys Rev Lett. 1987;58(23):2486-2489.
3. Joannopoulos JD, Johnson SG, Winn JN, Meade RD. Photonic Crystals: Molding the Flow of light. Princeton NJ: Princeton University Press; 2008.

4. Kavokin AV, Baumberg JJ, Malpuech G, Laussy FP. Microcavities. Series on Semiconductor Science and Technology. New York: Oxford University Press. 2011.
5. Brown ER, Parker CD, Yablonovitch E. Radiation properties of a planar antenna on a photonic-crystal substrate. *J Opt Soc Am B*. 1993;10(2): 404-407. doi.org/10.1364/JOSAB.10.000404.
6. Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans Antennas Propag*. 1966;14(3):302-307.
7. Shi S, Chen C, Prather DW. Plane-wave expansion method for calculating band structure of photonic crystal slabs with perfectly matched layers. *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis*. 2004;21(9):1769-1775.
8. Vasco JP, Vinck-Posada H. Método de diferencias finitas en el dominio de las frecuencias para cristales fotónicos 1d y 2d. *TecnoLógicas*. 2010;24:125-141.
9. Gondok E, Karasinski P. One-dimensional photonic crystals as selective back reflectors. *Optics & Lasers Technology*. 2013;48:438-446.
10. Aly AH, Elsayed HA. Defect mode properties in a one-dimensional photonic crystal. *Physica B Condens Matter*. 2012;407(1):120-125. [10.1016/j.physb.2011.09.137](https://doi.org/10.1016/j.physb.2011.09.137).
11. Srivastava R, Thapa KB, Pati S, Ojha SP. Omni-direction reflection in one dimensional photonic crystal. *Progress In Electromagnetics Research B*. 2008;7:133-143.
12. Liu CC, Wu CJ. Analysis of defect mode in a dielectric photonic crystal containing ITO defect. *Optik (Stuttg)*. 2014;125(24):7140-7142.
13. Wu XY, Zhang SQ, Zhang BJ, Liu XJ, Wang J, Li H, et al. The effect of defect layer on transmissivity and light field distribution in general function photonic crystals. *Physica E Low Dimens Syst Nanostruct*. 2013;53:1-6.
14. Yeh P. *Optical Waves in Layered Media*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 2005;406.
15. Palik ED. *Handbook of Optical Constants of Solids, Five-Volume Set: Handbook of Thermo-Optic Coefficients of Optical Materials with Applications*. College Park - MD: Academic Press. 1997; 3224.
16. Orfanidis SJ. *Electromagnetic Waves and Antennas*. Piscataway- NJ: Rutgers University. 2008; 1413.
17. Wu JJ, Gao JX. Temperature-dependent optical properties of defect mode in dielectric photonic crystal heterostructure containing a superconducting layer. *Materials Chemistry and Physics*. 2016;171:91-96.
18. Wiechmann S, Müller J. Thermo-optic properties of TiO₂, Ta₂O₅ and Al₂O₃ thin films for integrated optics on silicon. *Thin solid films*. 2009;517(24):6847-6849.

Dirección de los Autores

Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana, Huila-Colombia.

francis.segoviac@gmail.com

Sergio Esteban Herrera Álvarez

Estudiante de pregrado, Programa de Física, Universidad Surcolombiana, Huila-Colombia.

smathematical.physics@gmail.com