

# POLARITONES SUPERFICIALES ACOPLADOS A MAGNETOPLASMONES EN UNA SUPER-RED SEMI-INFINITA

*J.C. Granada*  
*Departamento de Física*  
*Universidad del Valle*

---

## Resumen

Se estudian las excitaciones superficiales que surgen en la superficie de división entre un cristal iónico y una super-red semiconductor en un campo magnético transversal. Se predice la existencia de un modo con frecuencias más bajas que la frecuencia ciclotrónica del sistema electrónico. Este modo tiene una velocidad de grupo negativa. Se demuestra que la resonancia entre los polaritones superficiales y los magnetoplasmones lleva a un pequeño desdoblamiento de la frecuencia del polaritón superficial. Se discute además el comportamiento de los puntos iniciales de las curvas de dispersión.

## Abstract

Surface excitations, which can arise at the interface of an ionic crystal and a semiconductor superlattice in a transversal magnetic field, are investigated. It is shown that under certain conditions it is possible the propagation of a surface wave with frequencies lower than the electron cyclotron resonance frequency. This mode has a negative group velocity. It is demonstrated, that the resonance between surface polaritons and cyclotron oscillations of the electron system causes a small splitting of the surface polariton frequency. The behavior of the starting points of the surface coupled modes is also discussed.

## Introducción

El espectro de las excitaciones colectivas electrónicas en super-redes semiconductoras ha recibido considerable atención tanto desde el punto de vista experimental, como desde el punto de vista teórico (Cottan and Tilley (1989), Cardona and Guntherodt (1989)). En particular, se ha estudiado con algún detalle la dinámica de un arreglo semi-infinito de capas electrónicas bidimensionales (2D) (Giuliani and Quinn (1983), Giuliani and Quinn (1983, 1984), Mayanovic, Giuliani and Quinn (1985), Jain (1985), Zhu and Zhou (1987), Kobayashi, Kitahara and Yonashiro (1987)). Estos estudios han llevado a la predicción de un nuevo tipo de plasmón superficial (polaritón de Giuliani - Quinn), el cual está localizado cerca de la interface entre medios con diferentes permitividades dieléctricas. Este modo existe sólo a partir de cierto valor del vector de onda y en el límite de grandes longitudes de onda entra al continuo de las excitaciones de bloque. Este aspecto ha dificultado la detección de este modo superficial, y por eso reviste especial interés indicar mecanismos que permitan reducir el valor crítico del vector de onda, a partir del cual estos modos existen. En el presente trabajo se demuestra que esto es posible, si el modo superficial se acopla (mediante un campo magnético) a los fonones ópticos presentes en un cristal iónico que rompe la simetría de traslación de la super-red.

## Descripción del sistema

Describiremos las excitaciones colectivas de un sistema consistente en un arreglo semi-infinito de capas electrónicas bidimensionales situadas en las posiciones  $z = ld$  ( $l = 0, 1, 2, \dots$ ). Estas capas están inmersas en un medio de permitividad dieléctrica constante  $\epsilon_1$ , y en la dirección perpendicular se aplica un campo magnético constante  $H_0$ . El espacio  $z < 0$  está ocupado por un cristal iónico cuya permitividad dieléctrica  $\epsilon_2$  presenta la siguiente dependencia de la frecuencia  $\omega$ :

$$(1) \quad \epsilon_2(\omega) = \epsilon(\infty) + [\epsilon(0) - \epsilon(\infty)]/[\omega_T^2 - \omega^2],$$

donde  $\epsilon(0)$  y  $\epsilon(\infty)$  son, respectivamente, las permitividades del cristal iónico a bajas y altas frecuencias;  $\omega_T$  es la frecuencia de los fonones ópticos transversales del medio 2. La relación de dispersión de las excitaciones colectivas del sistema descrito se pueden obtener escribiendo la solución general de la ecuación de onda en las regiones entre planos adyacentes. Si una corriente bidimensional con densidad  $j_s^{(n)}$  existe en la interface con la capa electrónica 2D, entonces las condiciones de frontera toman la forma

$$(2) \quad (H^{(n)} - H^{(n+1)}) \times n = (4\pi/c)j_s^{(n)}$$

$$(3) \quad (E^{(n)} - E^{(n+1)}) \times n = 0,$$

donde  $n$  es el vector normal unitario dirigido del medio situado en  $(n-1)d < z < nd$ , al medio situado en  $nd < z < (n+1)d$ . Las componentes tangenciales del campo eléctrico en la región  $z < 0$  satisfacen la condición de Floquet

$$(4) \quad E_t(Z + nd) = \exp(-\alpha_t nd)E_t(nd),$$

donde  $\alpha_t$  caracteriza la localización del campo inducido por la dinámica del sistema. Es claro, que para describir excitaciones superficiales, debemos tener  $Re(\alpha_t) > 0$ . Resolviendo las Ecuaciones de Maxwell mediante (2-4), obtenemos la siguiente expresión para la relación de dispersión de los modos colectivos del sistema electrónico descrito anteriormente:

$$(5) \quad [\cosh(k_1 d) - \cosh(\alpha_x d) + [2\pi i k_1 \sigma_{xx} / \omega \epsilon_1] \sinh(k_1 d)] \times \\ [\cosh(k_1 d) - \cosh(\alpha_y d) + [2\pi i \omega \sigma_{yy} / c^2 k_1] \sinh(k_1 d)] + \\ [2\pi i \sigma_{xy} / c \epsilon_1^{1/2}] \sin h(k_1 d)]^2 = 0,$$

donde

$$(6) \quad \exp(-\alpha_x d) = \cosh(k_1 d) - [\epsilon_2(\epsilon)k_2 / \epsilon_1 k_1] \sin h(k_1 d)$$

$$(7) \quad \exp(-\alpha_y d) = \cosh(k_1 d) - [k_1 / k_2] \sin h(k_1 d).$$

En estas relaciones  $k_{1,2} = [k^2 - \omega^2 \epsilon_{1,2} / \sigma^2]^{1/2}$ ;  $\sigma_{ij}$  son las componentes del tensor de magnetoconductividad de una capa aislada 2D (Chiu and Quinn(1974)). En el caso de grandes longitudes de onda, podemos despreciar los efectos no-locales en este tensor y escribir

$$(8) \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = ie^2 n_o \omega / [m(\omega^2 - \omega_H^2)]$$

$$(9) \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = ie^2 n_o \omega H / [m(\omega^2 - \omega_H^2)],$$

donde  $\epsilon$ ,  $m$ ,  $n_o$  y  $\omega_H$  son, respectivamente, la carga, la masa efectiva, la densidad superficial y la frecuencia ciclotrónica de los portadores bidimensionales.

## Análisis de los resultados

En ausencia de campo magnético externo, de la Ec. (5) obtenemos las relaciones de dispersión para los modos acoplados plasmón-polaritón:

$$(10) \quad \cosh(\alpha_x d) = \cosh(k_1 d) + [2\pi i k_1 \sigma_{xx} / \omega \varepsilon_1] \sinh(k_1 d) \quad (\text{modo TH})$$

$$(11) \quad \cosh(\alpha_x d) = \cosh(k_1 d) + [2\pi i \varepsilon \sigma_{xx} / c^2 k_1] \sinh(k_1 d) \quad (\text{modo TE})$$

Si hacemos  $d = \infty$  y despreciamos la conductividad de las 2D-capas, entonces llegamos a la relación de dispersión estudiada por Kliever and Fuchs (véase por ejemplo, Agranovich and Mill (1982)). Si incluimos la conductividad de las capas, llegamos a la situación descrita por (Nakayama (1974)). Los modos de Guilliani-Quinn son soluciones de la Ec. (10) en ausencia de efectos de retardo.

Analicemos la relación general (5) en el límite  $ck \gg \omega \varepsilon_1^{1/2}$ , cuando los efectos de retardo en las ondas electromagnéticas son despreciables. Entonces la relación de dispersión para los modos acoplados fonón-magnetoplasmón puede ser representada así

$$(12) \quad \cosh(\alpha_x d) = \cosh(kd) - [\omega_{pl}^2 / 2(\omega - \omega_H^2)](kd \sinh(kd))$$

$$(13) \quad \exp(-\alpha_x d) = \cosh(k_1 d) - [\varepsilon_2(\omega) / \varepsilon_1] \sinh(k_1 d)$$

$$(14) \quad \alpha_y = k.$$

Aquí  $\omega_{pl}^2 = 4\pi e^2 n_0 / \varepsilon_1 m d$  es el cuadrado de la frecuencia del plasma del 3D plasmón que se propaga en un sistema electrónico con densidad volumétrica de carga promedio de  $n_0/d$ . En el límite  $kd \gg 1$  las capas electrónicas están tan alejadas unas de otras, que el acople electromagnético es débil. Por lo tanto, las frecuencias propias de los modos acoplados satisfacen la ecuación

$$(15) \quad (\omega^2 - \omega_H^2)(\omega^2 - \omega_s^2) / (\omega^2 - \omega_T^2) = [\varepsilon_1 / (\varepsilon_1 + \varepsilon(\infty))] \omega_T^2 (k\lambda)$$

donde  $\lambda = \omega_{pl}^2 d / \omega_T^2$ ;  $\omega_s^2 = [(\varepsilon_1 + s(0)) / (\varepsilon_1 + \varepsilon(\infty))] \omega_T^2$  es la frecuencia de los polaritones superficiales en medios semi-infinitos. La magnitud  $\lambda$  caracteriza el acoplamiento entre polaritones superficiales y 2D-plasmones. Vemos claramente que la ecuación (15) define dos modos, correspondientes al modo de tipo magnetoplasmónico y al modo de tipo fonónico. El comportamiento de estos modos depende de la región entre las longitudes características  $\lambda$  y  $d$ .

- (i) La relación de parámetros  $\lambda \gg d$  corresponde a la relación de frecuencias  $\omega_T < \omega_{pl}$ , lo cual indica que la frecuencia propia del modo fonónico coincide con la frecuencia de los fonones ópticos transversales; la ley de dispersión del modo magnetoplasmónico toma la forma

$$(16) \quad \omega^2 = \omega_H^2 + \omega_s^2 - \omega_T^2 + 4\pi e^2 n_0 k / [m(\varepsilon_1 + \varepsilon(\infty))]$$

que difiere notablemente de la conocida relación  $\omega^2 = \omega_H^2 + 4\pi e^2 n_0 k / [m(\epsilon_1 + \epsilon_2)]$  debido a la presencia de fonones ópticos en el medio 2.

- (ii) Para la relación de parámetros  $\lambda \ll d$ , existe un intervalo de valores del vector de onda  $k$  en el cual

$$(17) \quad 1/d \ll k \ll 1/\lambda;$$

En este caso tenemos las siguientes relaciones de dispersión

$$(18) \quad \omega = \omega_s + s_1 k, \quad s_1 = \omega_s \Omega_{pl^2} d / 2(\omega_s^2 - \omega_H^2) \quad (\text{modo fonónico})$$

$$(19) \quad \omega = \omega_H + s_2 k, \quad s_2 = 2\pi\sigma_H[\omega_H^2 - \Omega_T^2] / [\omega_H^2 - \omega_s^2] \quad (\text{modo de magnetoplasma}),$$

donde  $\Omega_{pl^2} = s_1[\epsilon(0) - \epsilon(\infty)] / [\epsilon_1 + \epsilon(0)][\epsilon_1 + \epsilon(\infty)]\omega_{pl^2}$  es una frecuencia de plasma "renormalizada" por la interacción con los fonones ópticos.  $\sigma_H = en_0c/H_0$  es la conductividad de Hall del gas bidimensional en un campo magnético fuerte. Vemos que en el intervalo (17) el rango de frecuencias del modo fonónico es cercano a  $\omega_s$ , mientras que el rango de frecuencias del modo de magnetoplasma es cercano a  $\omega_H$ . Si tomamos la razón entre las velocidades de fase  $s_1$  y  $s_2$ , vemos que estas magnitudes tienen el mismo signo solo en el caso cuando  $\omega_H < \omega_T$ . En la situación contraria ( $\omega_H > \omega_T$ ) tendremos un modo con velocidad de grupo negativa: si  $\omega_T < \omega_H < \omega_s$ , la velocidad de grupo  $s_2$  es negativa y las frecuencias del modo (19) serán más bajas que  $\omega_H$ .

Es necesario recalcar que las expresiones (18-19) no son válidas cuando se presenta la resonancia entre los polaritones superficiales y las oscilaciones ciclotrónicas del sistema electromagnético ( $\omega_H = \omega_s$ ); como se puede ver de (15), en este caso la relación de dispersión es

$$(20) \quad \omega = \omega_s \pm \Omega_{pl}(kd)^{1/2}.$$

Vemos que se presenta un desdoblamiento de la frecuencia del polaritón superficial, desdoblamiento que es proporcional (para un valor fijo de  $k$ ) a la raíz cuadrada del parámetro  $\lambda/d$ :  $\delta\omega/\omega \sim (\lambda/d)^{1/2}$ . Un desdoblamiento similar ha sido detectado para la resonancia de excitones en películas delgadas con polaritones superficiales (Agranovich and Mills (1982)).

Hemos ilustrado nuestros resultados calculando las curvas de dispersión de los modos acoplados superficiales para el sistema  $GaAs/Al_{0.2}Ga_{0.8}As - InSb$ . Los valores numéricos de los parámetros son:  $\epsilon_1 = 13.1$ ,  $\epsilon(0) = 9.27$ ,  $\epsilon(\infty) = 1.92$ ,  $\lambda/d = 0.08$ ,  $n_0 = 7.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $m = 0.07m_e$ .

Para estos parámetros es posible encontrar un intervalo de valores de  $k$  (17) en el cual se pueden observar los modos con dispersión (18-19).

La fig.2 ilustra el caso  $\omega_H < \omega_T$  ( $\omega_H = 0.25\omega_T$ ). La región sombreada corresponde a la banda de las excitaciones de bloque de la super-red, cuyos bordes están definidos por  $\cos(\alpha_x d) = \pm 1$ . Las dos líneas gruesas corresponden a los modos acoplados. Vemos que el modo de más bajas frecuencias (de carácter magnetoplasmónico) corta el espectro del sistema en bloque en un vector de onda  $k^*$  diferente de cero. Esto significa que en el límite de grandes longitudes de onda  $y$  para  $k < k^*$  no existen modos de magnetoplasma superficiales. Por otro lado, el modo superficial de tipo fonónico tiene su punto de inicio en el intercepto de las líneas  $\omega = \omega_T$ ,  $k_1 = 0$ , como se puede ver en el detalle de la fig.2 presentado en el recuadro. Las curvas de dispersión que describen los modos superficiales acoplados para el caso  $\omega_H > \omega_T$  ( $\omega_H = 1.1\omega_T$ ) se ilustran en la fig.3. Vemos que la frecuencia de la rama más baja tiene una velocidad de grupo negativa y no intersecta el continuo de las excitaciones en bloque. Por otro lado, en el rango  $0 < kd < 1$  la rama superficial superior tiene una ley de dispersión no-monótona que debe su origen al apantallamiento de los fonones superficiales por parte de los plasmones de la super-red.

Discutamos con más detalle el comportamiento de los puntos iniciales de los modos en consideración. Las relaciones (4-6) indican que, para la dependencia funcional de la permitividad dieléctrica (1), uno de los modos acoplados tiene su punto inicial en la intersección de las líneas  $\omega = \omega_T$ ,  $k_1 = 0$ . Es necesario anotar que el comportamiento de este punto no depende de los parámetros que definen al sistema electrónico y sólo está determinado por las características del cristal iónico. En cuanto al otro modo superficial, el valor de  $k^*$  a partir del cual dicho modo puede ser excitado, está dado por

$$(21) \quad k^*d = \ln[(\epsilon_1 + \epsilon_2(\omega))/(\epsilon_1 - \epsilon_2(\omega))].$$

Teniendo en cuenta (1), encontramos que  $k^*$  depende rigurosamente de la frecuencia de la excitación. Esto lo hemos ilustrado en la fig.4. Debido a que tiene lugar la relación de parámetros  $\epsilon(0) < \epsilon_1$ ,  $\epsilon(\infty) > \epsilon_1$ , hay dos frecuencias características  $\omega_*$  y  $\omega_s$  tales, que  $\epsilon_2(\omega_*) = \epsilon_1$ ,  $\epsilon_2(\omega_s) = \epsilon_1$ . Estas frecuencias son asíntotas de la función  $k^*(\omega)$ . Si la frecuencia  $\omega$  de la excitación crece desde cero hasta  $\omega_*$ , entonces  $\epsilon_2(\omega) < \epsilon_1$  y la curva de dispersión permanece debajo del continuo del bloque; en este caso  $k^*$  crece del valor  $k^*d = \ln[(\epsilon_1 + \epsilon(0))/(\epsilon_1 - \epsilon(0))]$  hasta infinito. Cuando la frecuencia de la excitación toma valores entre  $\omega_*$  y  $\omega_T$ , entonces  $\epsilon_2(\omega) > \epsilon_1$  y el modo superficial estará sobre el continuo del bloque; cuando la frecuencia

$\omega$  se acerca  $\omega_T$ , el valor crítico  $k^*$  tiende a cero, es decir, el modo puede ser detectado en el límite de grandes longitudes de onda, lo que facilita su estudio experimental.

## Conclusiones

Hemos derivado la relación de dispersión para los modos acoplados magnetoplasmón–fonón usando una descripción fenomenológica del sistema. Hemos demostrado que el comportamiento de estos modos depende esencialmente de dos parámetros adimensionales:  $\lambda/d$  y  $\omega_H/\omega_T$ . En nuestro modelo fenomenológico hemos despreciado el papel de la dispersión espacial (es decir, la dependencia con respecto al vector de onda de la excitación) de la permitividad dieléctrica del cristal iónico. Cabe esperar que nuestros resultados principales, concernientes al comportamiento de los modos superficiales a grandes longitudes de onda, no son afectados por la inclusión de estos efectos no-locales. Sin embargo, a grandes  $k$  es de esperar una considerable reestructuración del espectro, pero ello exigiría renunciar a nuestra descripción semiclásica y remitirnos al formalismo de muchos cuerpos.

El presente trabajo forma parte del proyecto de investigación “*Estados excitados de impurezas y propiedades colectivas en heteroestructuras semiconductoras*”, el cual se encuentra en proceso de evaluación en COLCIENCIAS.

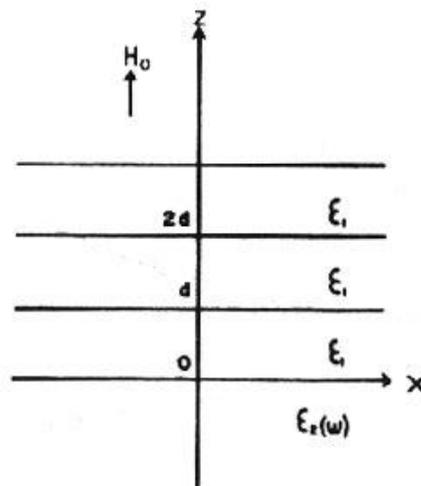
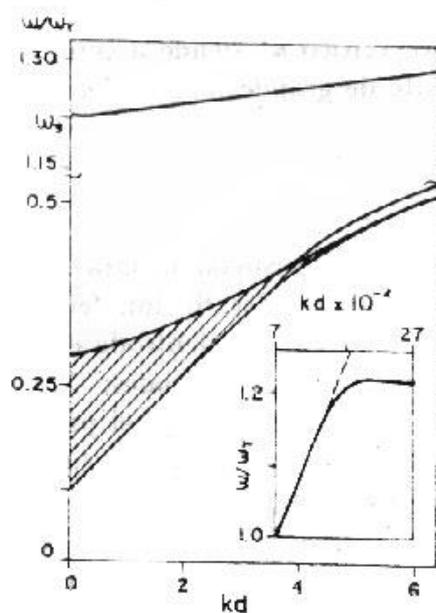
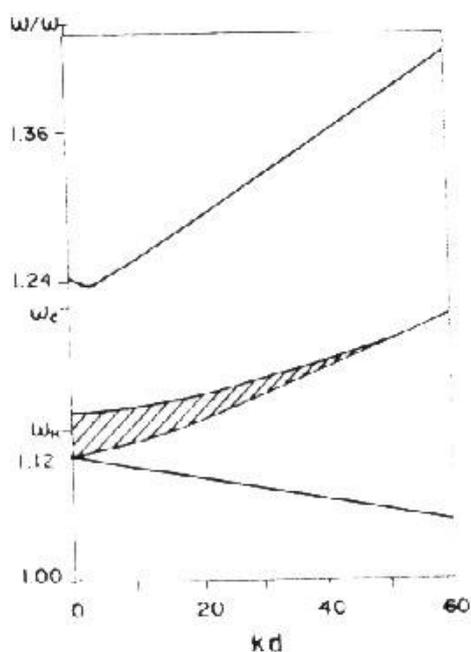


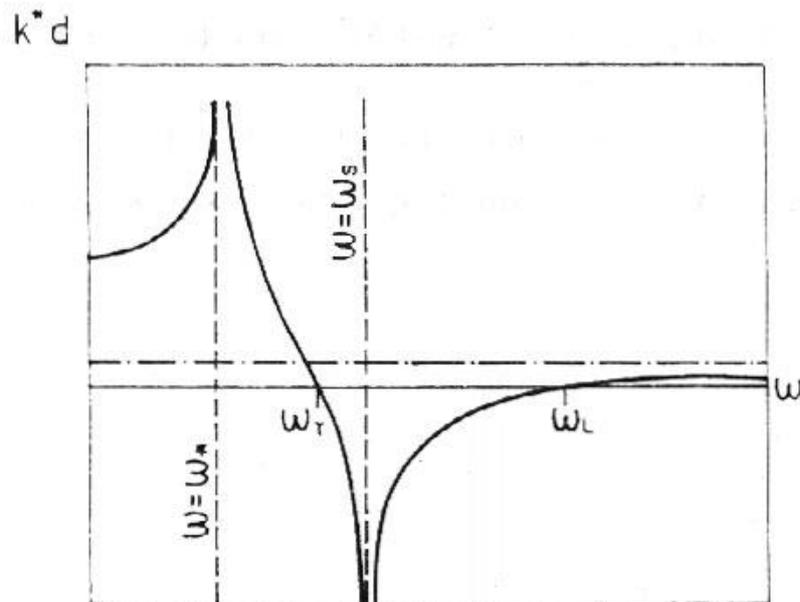
Figura 1. Esquema de la super-red semi-infinita descrita en el texto.



**Figura 2.** Curvas de dispersión para los modos acoplados magnetoplasmón-fonón para la relación de parámetros  $\omega_H/\omega_T = 0.25$ . La región sombreada corresponde al continuo de las excitaciones de bloque del sistema electrónico. El recuadro muestra una ampliación de la vecindad de la intersección de las rectas  $\omega = \omega_T$ ,  $k_1 = 0$ .



**Figura 3.** Como en la figura 2, pero para  $\omega_H/\omega_T = 1.1$ .



**Figura 4.** Representación de la dependencia funcional  $K^* = k^*(\omega)$ . Las líneas a trazos corresponden a las asíntotas de la función  $k^* = k^*(\omega)$ . La línea punteada muestra el valor de  $k^*$  a altas frecuencias.

## Referencias

- Cottam M. G. and Tilley D. R. . 1989. *Introduction to surface and superlattice excitations*. Camb. Univ. Press. 330 pp.
- Cardona M. and Guntherodt G. . 1989. *Ligth Scattering in solids V*. Springer. 450 pp.
- Giuliani G. F. and Quinn J.J. . 1983. Phys. rev. Lett 51. 919.
- Quin G. Giuliani G.F. and Quinn J.J. . 1983. Phys. Rev. B 28. 6144.
- Quin G., Giuliani G.F. and Quinn J.J. . 1984. Surf. sci 143. 433.
- Mayanovic R. A., Giuliani G.F. and Quinn J.J. . 1985. Phys. Rev. B 33. 8390.
- Jain K. . 1985. Phys. Rev. B 33. 5456.

**Yun Zhu and Shixum Zhou J.** . 1987. *Phys. C* 20. L115.

**Kobayashi M., Kitahara T. and Yonashiro K.** . 1987. *Sol. State Communs* 67. 167.

**Chiu K.W. and Quinn J.J.** . 1974. *Phys. Rev. B* 9. 4724.

**Agranovich V.M. and Mills D.L.** . 1982. *Surface polaritons*. North Holland. 690 pp.