

# ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS CONFINADAS EN UNA ESTRUCTURA CON GAS ELECTRÓNICO BIDIMENSIONAL EN UN CAMPO MAGNÉTICO EXTERNO

*Juan Carlos Granada E.  
Departamento de Física  
Universidad del Valle*

---

## Resumen

Se emplea un modelo continuo para investigar el acople entre los modos electromagnéticos confinados en una película delgada con notable dispersión temporal de su permitividad dieléctrica y las excitaciones colectivas de un sistema electrónico bidimensional en un campo magnético transversal. Se demuestra que la reestructuración más radical del espectro la experimentan aquellas ondas electromagnéticas cuyas frecuencias características son menores o cercanas a la frecuencia ciclotrónica de los  $2D$ -portadores, lo cual se manifiesta en la aparición de nuevos modos de oscilación, en el corrimiento de las frecuencias de las ondas electromagnéticas y en un comportamiento inusual del modo con frecuencias más bajas.

## Introducción

Es un hecho completamente establecido que la investigación de las excitaciones colectivas presentes en los sistemas físicos de baja dimensionalidad (tales como capas de inversión, heteroestructuras, super-redes, hilos y puntos cuánticos) puede suministrar mucha información sobre la composición, las interfaces y la calidad de tales sistemas (Cottan and Tilley, 1969; Cardona and Guntherodt, 1989). Además, tales estudios pueden orientar la

posible aplicación de estos sistemas en opto y microelectrónica. El desarrollo de este campo de investigación ha sido posible gracias a los avances en la producción de interfaces de alta calidad y al desarrollo de técnicas experimentales de diagnóstico de materiales, tales como la técnica de dispersión Raman. Estos estudios experimentales han obligado a su vez a una revisión crítica de los modelos existentes sobre la interacción electrón-fotón en pozos cuánticos. En particular, se ha demostrado el papel relevante que juegan los efectos de dispersión espacial en la descripción de los modos ópticos longitudinales (Babiker, 1986; Trallero Giner and Comas, 1988). Se ha demostrado además que las predicciones del modelo continuo entran en desacuerdo con las correspondientes predicciones del modelo microscópico cuando se trata de describir modos de vibración con frecuencias cercanas a los modos interfaciales (Kun Huang and Bangfen Zhu, 1988; Chen et al, 1960; Stroscio et al, 1991).

En capas de inversión, en pozos cuánticos y en super-redes está presente un sistema cuya dinámica introduce nuevos modos al sistema: el Gas Electrónico Bidimensional ( $2D$ ). Los modos colectivos de este sistema tienen bajas frecuencias y su influencia sobre los modos ópticos es despreciable. Sin embargo, si se aplica un campo magnético estático perpendicular a la  $2D$ -capa, es posible lograr frecuencias de los magnetoplasmones (Chiu and Quinn, 1974) suficientes para que los modos ópticos experimenten influencia de las excitaciones colectivas del sistema electrónico. El confinamiento de los fonones ópticos lleva además a la aparición de ondas electromagnéticas del tipo de guía-ondas, estas excitaciones reciben el nombre de modos de Kliewer-Fuchs (Kliewer and Fuchs, 1966, Ushioda and Loudon, 1982). La existencia de estos modos está íntimamente ligada a los efectos de retardo en las ondas electromagnéticas, lo cual indica que dichos modos afectan la región del espectro con grandes longitudes de onda.

A pesar de la gran cantidad de trabajos destinados a la investigación de los modos colectivos en sistemas de baja dimensionalidad, aún permanece sin estudiar el acople entre las excitaciones colectivas del  $2D$  sistema electrónico y los modos de Kliewer-Fuchs. El propósito del presente trabajo es el de discutir el carácter de tal acoplamiento, enfocando nuestra atención en la región de grandes longitudes de onda. Esta última restricción permite despreocuparse de la dispersión espacial en las permitividades dieléctricas de los medios en consideración y utilizar, por lo tanto, el modelo continuo (es de destacar que las frecuencias propias de los modos de Kliewer-Fuchs están alejadas de la región característica de los modos interfaciales). Como veremos más adelante, la aplicación de campos magnéticos transversales es

decisiva en la re-estructuración del espectro electromagnético en las condiciones de confinamiento.

### Descripción del sistema. Planteamiento del problema

Se considera la siguiente geometría: una película dieléctrica (a la cual nos referiremos como medio 1) ocupa el espacio  $d > z > 0$  y tiene una permitividad dieléctrica  $\epsilon_1(\omega)$  la cual depende de la frecuencia  $\omega$  de las excitaciones presentes en el sistema:

$$\epsilon_1(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)\omega_T^2/(\omega_T^2 - \omega^2) \quad (1)$$

En esta expresión  $\epsilon_\infty$  y  $\epsilon_0$  son, respectivamente, la permitividad dieléctrica a altas y bajas frecuencias;  $\omega_T$  representa la frecuencia del fonón óptico transversal, la cual supondremos independiente del vector de onda. El semi-espacio  $0 > z$  está ocupado por un medio conductor ideal, mientras que en la región  $z > d$  se tiene un medio con permitividad dieléctrica  $\epsilon_2$  independiente de la frecuencia  $\omega$ . La película dieléctrica separa del conductor ideal una  $2D$  capa electrónica caracterizada por una densidad de carga  $e n_0$  en el estado de equilibrio (donde  $e$  es la carga del electrón). En la dirección perpendicular a la capa electrónica se aplica un campo magnético estático de intensidad  $H_0$ . Bajo estas condiciones el espectro energético de los  $2D$ -portadores se torna discreto debido a la cuantización del movimiento orbital paralelo a la superficie  $z = d$ :

$$E_n = h\omega_H(n + 1/2) \quad (2)$$

donde  $n = 0, 1, 2, \dots$  numera a los llamados niveles de Landau. La frecuencia ciclotrónica está dada por la expresión

$$\omega_H = eH_0/(mc) \quad (3)$$

en la cual  $m$  es la masa efectiva de los  $2D$ -electrones y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Los campos electromagnéticos inducidos en los medios 1 y 2 por la dinámica del sistema electrónico bidimensional están determinados por las Ecuaciones de Maxwell en ausencia de cargas libres y corrientes de conducción para medios no magnéticos.

$$\nabla \times E = (-1/c)\partial B/\partial t \quad , \quad \nabla \times H = (1/c)\partial D/\partial t$$

La geometría del sistema en consideración impone además ciertas restricciones al comportamiento de los campos en las interfaces. En el plano  $z = d$ , los campos inducidos están sometidos a las condiciones de frontera

$$(E_1 - E_2) \times n = 0 \quad (4)$$

$$(H_1 - H_2) \times n = (4\pi/c)j_s \quad (5)$$

las cuales tienen en cuenta la presencia de la  $2D$ -capa a través de la  $2D$  corriente  $j_s$  inducida por la dinámica del sistema. En la superficie  $z = 0$  consideraremos que tiene lugar la siguiente relación para la componente tangencial del campo eléctrico:

$$E_t = 0 \quad (6)$$

Dada la homogeneidad del sistema en el plano perpendicular al campo magnético aplicado, se puede considerar que la dependencia espacio-temporal de los campos inducidos tiene la forma típica de una onda plana monocromática.

$$\begin{aligned} E(r, z, t) &= E(k, z, \omega) \exp[ i(k'r - \omega t) ] \quad , \\ H(r, z, t) &= H(k, z, \omega) \exp[ i(k'r - \omega t) ] \end{aligned}$$

donde  $k$  es el  $2D$ -vector de propagación axial. Con la ayuda de las ecuaciones de Maxwell se trata de determinar la ley de dispersión  $\omega = \omega(k)$  para las ondas que se propagan en el sistema considerado.

Las condiciones de frontera (4) y (6) se satisfacen automáticamente si representamos la componente tangencial del campo eléctrico de la siguiente forma:

$$E_t^{(1)}(r, t) = [ \sin h(q_1 z) / \sin h(q_1 d) ] E_{t0} \exp(ikx - i\omega t) \quad (d > z > 0) \quad (7)$$

$$E_t^{(2)}(r, t) = \exp[ -q_2(z - d) ] E_{t0} \exp(ikx - i\omega t) \quad (z > d) \quad (8)$$

donde  $E_{t0}$  es un  $2D$ -vector constante  $q_1^2 = k^2 - \omega^2 \epsilon_1(\omega)/c^2$ ,  $q_2^2 = k^2 - \omega^2 \epsilon_2/c^2$ . Las correspondientes componentes tangenciales del campo magnético son iguales a

$$H_t^{(1)}(r, t) = [ \sin h(q_1 z) / \sin h(q_1 d) ] H_{t0}^{(1)} \exp(ikx - i\omega t) \quad (d > z > 0) \quad (9)$$

$$H_t^{(2)}(r, t) = \exp[-q_2(z - d)] H_{t0}^{(2)} \exp(ikx - i\omega t) \quad (z > d) \quad (10)$$

El vector constante  $H_{t0}^{(j)} = (H_{0x}^{(j)}, H_{0y}^{(j)})$  ( $j = 1, 2$ ) tiene componentes que dependen considerablemente de las características de los medios

$$\begin{aligned} H_{0x}^{(j)}(r, t) &= \text{sign}(j - 2) [icq_j/\omega] E_{y0} \quad , \\ H_{0y}^{(j)}(r, t) &= \text{sign}(j - 2) [\omega\varepsilon_j/cq_j] E_{x0} \quad , \quad (j = 1, 2) \end{aligned}$$

Vemos así que el problema electrodinámico introduce dos magnitudes  $E_{x0}$  y  $E_{y0}$  las cuales es necesario determinar. Si tenemos en cuenta que la corriente superficial  $j_s$  está asociada al campo eléctrico  $E_t$  por medio de la relación lineal  $j_s = \sigma E_t$  donde  $\sigma$  es el tensor dinámico de magnetoconductividad del 2D-gas electrónico, entonces las condiciones de frontera (5) llevan al siguiente sistema algebraico de ecuaciones lineales homogéneas.

$$[\omega\gamma_p(k, \omega) + 4\pi i\sigma_{xx}(\omega, \omega_H)] E_{x0} + [4\pi i\sigma_{xy}(\omega, \omega_H)] E_{y0} = 0 \quad (11)$$

$$[4\pi i\omega\sigma_{xy}(\omega, \omega_H)] E_{x0} + [c^2\gamma_s(k, \omega) + 4\pi i\omega\sigma_{yy}(\omega, \omega_H)] E_{y0} = 0 \quad (12)$$

En estas relaciones hemos introducido la notación

$$\gamma_p(k, \omega) = \varepsilon_1(\omega) \coth(q_1 d)/q_1 + \varepsilon_2/q_2 \quad (13)$$

$$\gamma_s(k, \omega) = q_1 \coth(q_1 d)/q_1 + q_2 \quad (14)$$

Las soluciones de la ecuación  $\gamma_p(k, \omega) = 0$  representan las posibles frecuencias  $\omega = \omega(k)$  de los polaritones superficiales con  $p$ -polarización en ausencia de 2D-portadores. De manera análoga las soluciones de la ecuación  $\gamma_s(k, \omega) = 0$  describen los correspondientes modos  $s$ -polarizados (Agranovich and Ginzburg, 1984). Las relaciones (11), (12) muestran claramente que, en presencia de 2D-portadores en campos magnéticos externos, no es posible la representación de la excitación electromagnética en ondas  $p$  y  $s$ -polarizadas. El origen de esta imposibilidad se debe a que las componentes no diagonales del tensor dinámico de magnetoconductividad  $\sigma$  permiten la "mezcla" de las componentes tangenciales del campo eléctrico inducido.

En la presente discusión concentraremos nuestra atención en el papel de los efectos de retardo en las ondas electromagnéticas. Estos efectos son relevantes en la región del espectro con grandes longitudes de onda, y por lo tanto, podemos despreciar la dispersión espacial en las componentes del

2D tensor  $\sigma$  y utilizar las siguientes expresiones (Das Sarma and Quinn, 1982).

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_0 [ \omega^2 / (\omega^2 - \omega_H^2) ] \quad (15)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sigma_0 [ \omega \omega_H / (\omega^2 - \omega_H^2) ] \quad (16)$$

donde  $\sigma_0 = ie^2 \eta_0 / (m\omega)$  es la conductividad del 2D-gas electrónico en ausencia de campos magnéticos externos (Stern, 1967). La condición de existencia de soluciones no triviales del sistema de ecuaciones (11), (12) junto con las expresiones (15), (16) llevan a la siguiente relación de dispersión:

$$[ \gamma_p(k, \omega) - \Omega c / \omega^2 ] [ \gamma_s(k, \omega) - \Omega / c ] = [ \gamma_p(k, \omega) ] [ \gamma_s(k, \omega) ] \omega_H / \omega^2 \quad (17)$$

La magnitud  $\Omega = -4\pi i \omega / c$  tiene dimensión de frecuencia y sirve de medida al grado de influencia del sistema electrónico en la propagación de las excitaciones electromagnéticas.

La relación de dispersión (12) contiene en calidad de límites las leyes de dispersión de los 2D-plasmones (Stern, 1967, Chaplik, 1972, Monarkha, 1977, Sanforo and Giuliani, 1988) y magnetoplasmones (Chiu and Quinn, 1974, Nakayama, 1974; Das Sarma and Quinn, 1982; Kosevich et al, 1988) en ausencia de dispersión temporal en la permitividad dieléctrica del medio 1. Así mismo, (12) contiene como casos límites las leyes de dispersión de los magnetoplasmones acoplados a polaritones superficiales (Polischuk et al, 1987, Granada et al, 1988).

## Resultados y Discusión

Examinemos inicialmente las condiciones de existencia de modos guiados en el sistema considerado en el presente trabajo. El confinamiento de ondas electromagnéticas en el medio 1 es posible, si el índice de refracción de dicho medio es mayor que la correspondiente magnitud en el medio 2 (Yariv and Yeh, 1984). En otras palabras, debe darse la relación de parámetros  $\epsilon_0 > \epsilon_\infty > \epsilon_2$ . Por lo tanto, existe una región en el plano  $\omega, k$  en la cual se satisfacen las desigualdades

$$(ck)^2 / \epsilon_2 > \omega^2 > (ck)^2 / \epsilon_1(\omega) \quad (18)$$

En dicha región la magnitud  $q_1^2 = k^2 - \omega^2 \varepsilon_1(\omega)/c^2$  es negativa mientras que la magnitud  $q_2^2 = k^2 - \omega^2 \varepsilon_2/c^2$  es positiva. Esto indica que los argumentos de las funciones hiperbólicas en (12) son imaginarios y por lo tanto, la distribución de la radiación confinada en el medio 1 está determinada por funciones trigonométricas, las cuales responden al carácter no localizado de la excitación en el medio 1.

A fin de determinar el grado de influencia de la 2D-capa electrónica y del campo magnético en el carácter de estos modos, introduzcamos la magnitud  $k = iq_1$  y reescribamos (12) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & [ \varepsilon_1(\omega) \cot(kd)/k - \varepsilon_2/q_2 + \Omega c/\omega^2 ] [ k \cot(kd) + q_2 + \Omega/c ] = \\ & [ \varepsilon_1(\omega) \cot(kd)/k - \varepsilon_2/q_2 ] [ k \cot(kd) + q_2 ] [ \omega_H/\omega ]^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Esta relación de dispersión permite, en principio, describir los modos de excitación colectiva del sistema electrónico acoplados a los modos de Kliever-Fuchs. Para encontrar la ley de dispersión  $\omega = \omega(k)$  de estas excitaciones, es preciso tratar numéricamente la expresión (19). Sin embargo, alguna luz podemos arrojar sobre el carácter de estos modos si logramos responder a las siguientes preguntas:

- (i) ¿Intersectan las curvas de dispersión correspondientes a estas excitaciones la línea  $q_2 = 0$ ? Las correspondientes frecuencias en el caso de respuesta positiva a esta pregunta, serán las frecuencias iniciales de los modos considerados, ya que en la región  $q_2^2 < 0$  no es posible excitar ondas electromagnéticas (las frecuencias correspondientes tomarían valores complejos).
- (ii) ¿Tienen las frecuencias de estos modos valores comunes con las frecuencias de los polaritones de bloque en el medio 1?

Para responder a la primera pregunta, hagamos  $q_2 = 0$  en (19). Obtenemos entonces la siguiente ecuación trascendental para la determinación de las frecuencias iniciales de los modos en consideración.

$$\tan\{ [ \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_2 ]^{1/2} \} = [ (\omega^2 - \omega_H^2)/\omega\Omega ] [ \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_2 ]^{1/2} \quad (20)$$

Con el fin de entender mejor el carácter de la distribución de las frecuencias iniciales, estudiemos la solución gráfica de la ecuación (20). En la Figura 1 estas soluciones corresponden a la intersección de las curvas  $f_1(\omega) = \tan\{ [ \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_2(\omega) ]^{1/2} \}$ ,  $f_2(\omega) = [ (\omega^2 - \omega_H^2)/\omega\Omega ] [ \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_2 ]^{1/2}$ . Vemos

en primer lugar, que en ausencia de capa electrónica se propagan ondas electromagnéticas cuyas frecuencias corresponden a las asíntotas de la función  $f_1(\omega)$ .

$$\omega_n^2 = [ \omega_T^2 / (\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty) ] F(n) \quad (21)$$

donde  $n = 0, 1, 2, \dots$ . La función  $F(n)$  está definida por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} F(n) &= (\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty + \omega_*^2 / \omega_T^2) - \\ &\quad - [ (\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty + \omega_*^2 / \omega_T^2)^2 - 4(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty) \omega_*^2 / \omega_T^2 ]^{1/2}, \\ \omega_* &= (2n + 1)\pi c / (2d). \end{aligned}$$

Si la magnitud  $\omega_n$  es tal, que se satisface la relación  $\omega_n > \omega_H$ , el sistema electrónico afecta poco la posición de las frecuencias iniciales de los modos de Kliever-Fuchs. Los cambios más radicales lo experimentan aquellos modos cuyas frecuencias de arranque son menores o cercanas a la frecuencia ciclotrónica de los  $2D$ -portadores. Vemos que aparece un nuevo modo de oscilación cuya curva de dispersión parte de la intersección de las rectas  $q_2 = 0$  y  $\omega = \omega_H$ ; esta excitación debe su aparición al acople entre las oscilaciones de magnetoplasma y el modo de guía ondas más cercano a  $\omega_H$ . Vemos además que la presencia de la capa electrónica en un campo magnético externo lleva al corrimiento de las frecuencias de las ondas electromagnéticas. El carácter de este desplazamiento depende esencialmente de las frecuencias características  $\Omega$  y  $\omega_H$ . Para ilustrar lo anterior, en la Figura 2 hemos representado la variación de la frecuencia inicial del primer modo de Kliever-Fuchs con la densidad superficial de los  $2D$ -portadores para valores fijos del campo magnético; se ve claramente que el incremento de la densidad electrónica lleva a una considerable disminución de las frecuencias características de los modos acoplados a los magnetoplasmones.

Otra situación de interés se presenta cuando la frecuencia ciclotrónica cumple la relación  $\omega_H d / c < 1$ . La figura 3 muestra la posición de la frecuencia inicial bajo esta condición: a medida que aumenta el campo magnético, la velocidad de crecimiento de la frecuencia de la excitación va disminuyendo, lo cual indica que se está entrando a la región de resonancia entre los modos de guía ondas y las oscilaciones de magnetoplasma. Si adicionalmente se satisface la desigualdad  $\Omega \gg \omega_H$ , la ecuación trascendental (20) se puede resolver fácilmente, llegando así a la siguiente expresión para la frecuencia inicial del modo de excitación más bajo.

$$\omega = \omega_H / (1 + \Omega d / c)^{1/2} \quad (22)$$



El carácter de esta solución está determinado por el parámetro dimensional  $\xi = \Omega d/c$ : si  $1 \gg \xi$ , la frecuencia en consideración prácticamente es igual a la frecuencia ciclotrónica de los 2D-electrones.

Si  $\xi \gg 1$ , la frecuencia (17) toma valores muchos más bajos que  $\omega_H$ :  $\omega^2 = [\sigma_H/d] \omega_H$ , donde  $\sigma_H = \omega_H c/\Omega$  es la conductividad de Hall del gas electrónico bidimensional en campos magnéticos fuertes (es decir, cuando  $\omega_H \gg \omega$ ). Es bien conocido (Prange and Girvin, 1989; Chakravorty and Pietilainen, 1989) que en un campo magnético cuantizante la magnitud  $\sigma_H$  toma valores múltiplos de la constante fundamental  $e^2/h$ . Vemos así que para campos magnéticos cuantizantes en películas suficientemente delgadas ( $\omega_H d/c \ll 1$ ) y con alta densidad de los 2D-portadores ( $\Omega d/c \gg 1$ ) la frecuencia inicial del primer modo de Kliever-Fuchs toma cierto espectro de valores, determinado por la cuantización de la conductividad de Hall. Cabe anotar, que en trabajos previos (Kosevich et al, 1988, Granada et al, 1990) fueron investigados otros sistemas, en los cuales la combinación de los efectos dimensionales con los magnetoplasmones lleva a la cuantización de otras magnitudes características de las excitaciones.

En la Figura 4 se muestran las curvas de dispersión de los primeros modos acoplados. Con el crecimiento del número de onda  $k$  todos los modos, a excepción del primero, permanecen en la región del plano  $\omega, k$  definida por las desigualdades (18), y sus frecuencias tienden al valor característico  $\omega_T$ . El modo con frecuencias más bajas presenta un comportamiento inusual: al crecer  $k$ , las frecuencias de este modo permanecen inicialmente en la región (18), pero al alcanzar el número de onda  $k$  su valor crítico

$$k_0 = [(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)/2c] \omega_T^2 / (\omega_T - \omega_H) \quad (23)$$

la curva de dispersión interseca la correspondiente curva de los polaritones volumétricos (cuya ley de dispersión es  $q_1 = 0$ ) y pasa a la región no-radiativa del espectro

$$(ck)^2 > \omega^2 \quad (24)$$

en la cual es posible la propagación de ondas electromagnéticas superficiales. De esta manera, se da respuesta positiva a la segunda pregunta planteada al iniciar esta discusión. Bajo las restricciones especificadas, podemos despreciar en (12) los efectos de retardo en las ondas electromagnéticas y considerar que el modo tiene longitudes de onda pequeñas en comparación con el espesor de la película dieléctrica ( $kd \gg 1$ ). Obtenemos entonces una relación simple para la frecuencia del modo superficial:

$$\omega = \omega_H + s_2 k \quad (25)$$

donde

$$s_2 = 2\pi\sigma_H(\omega_H^2 - \omega_T^2)/(\omega_H^2 - \omega_s^2) \quad (26)$$

es la velocidad de grupo de esta onda. La frecuencia  $\omega_s^2 = [(\varepsilon_0 + \varepsilon_2)/(\varepsilon_\infty + \varepsilon_2)]\omega_T^2$  caracteriza a las excitaciones electromagnéticas que se propagan en la superficie de un cristal iónico (polaritones superficiales) (Mirlin, 1982).

## Conclusiones

Al discutir los modos de Kliever-Fuchs ligados a los  $2D$ -magnetoplasmones, hemos podido comprobar lo siguiente:

- (i) El modo electromagnético confinado es poco afectado por el sistema electrónico, si las frecuencias características de aquel son mayores que la frecuencia ciclotrónica  $\omega_H$ .
- (ii) Los cambios más radicales lo experimentan aquellas ondas electromagnéticas cuyas frecuencias características son menores o cercanas a la frecuencia ciclotrónica de los  $2D$ -portadores. En primer lugar, aparece un nuevo modo de oscilación asociado al acople entre las oscilaciones de magnetoplasma y el modo de guía ondas más cercano a  $\omega_H$ . En segundo lugar, las frecuencias de las ondas electromagnéticas experimentan un corrimiento que depende de la relación entre las frecuencias características  $\Omega$  y  $\omega_H$ . En tercer lugar, para campos magnéticos cuantizantes en películas suficientemente delgadas y con alta densidad de los  $2D$ -portadores la frecuencia inicial del primer modo de Kliever-Fuchs toma cierto espectro de valores, determinado por la cuantización de la conductividad de Hall del gas electrónico bidimensional. Finalmente, el modo con frecuencias más bajas presenta un comportamiento inusual, ya que al crecer el número de onda  $k$ , las frecuencias de este modo pasan a la región no radiactiva del espectro.

Los resultados del presente trabajo pueden ser extendidos, a fin de considerar geometrías más complejas; en este caso, la introducción de nuevas interfaces lleva a la aparición de nuevos modos confinados y de nuevas relaciones de dispersión para los magnetoplasmones. También representa interés el estudio de la respuesta lineal ante perturbaciones externas; para lograr este objetivo es necesario extender a  $2D$  sistemas con campos magnéticos externos el formalismo de funciones de Green propuesto recientemente (Granada and Oliveira, 1990).

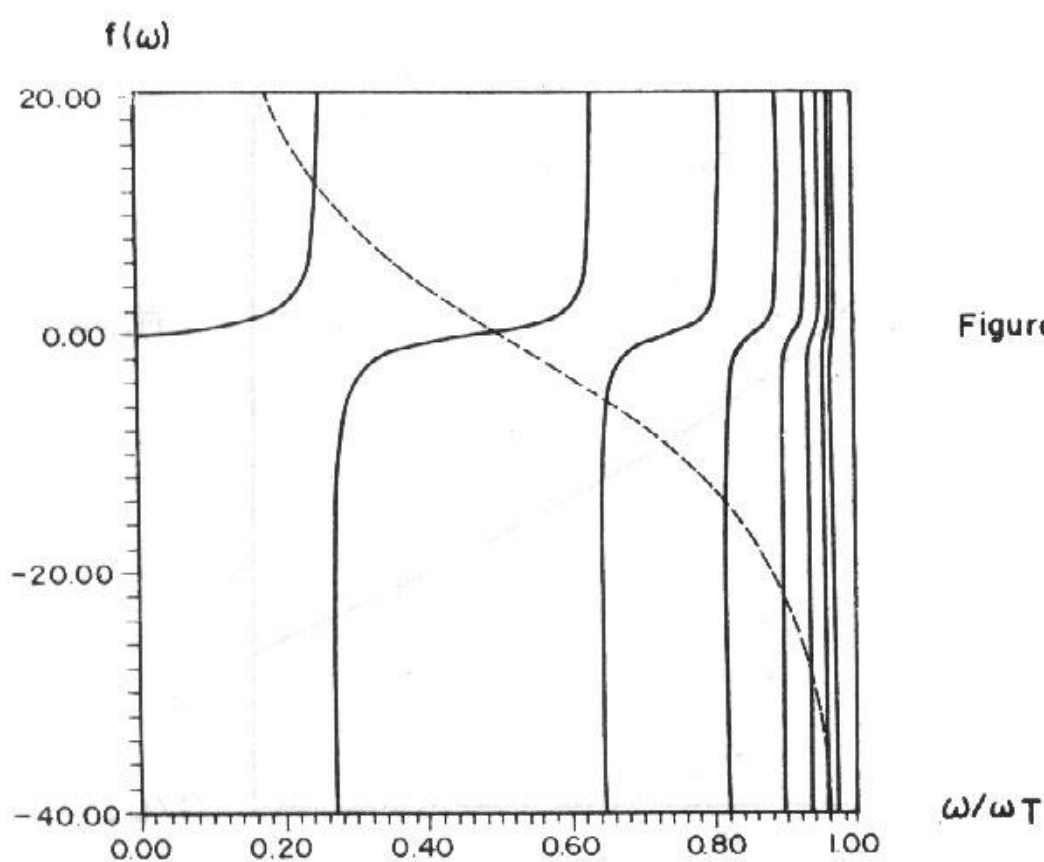


Figura 1

**Figura 1:** Solución gráfica de la ecuación (15) para las relaciones de parámetros:  $\Omega = 2\omega_T$ ,  $\omega_H = 0.5\omega_T$ ,  $\omega_T d/c = 2$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_0 = 9.27$ ,  $\epsilon_\infty = 1.92$ . Estos valores corresponden a una capa de inversión con densidad superficial  $\eta_0 = 10^{-13} \text{ cm}^2$  sobre la superficie de un cristal iónico de *InSb*. Las curvas llenas representan las ramas de la función  $f_1(\omega)$  definida en el texto. La curva punteada representa la función  $f_2(\omega)$ .

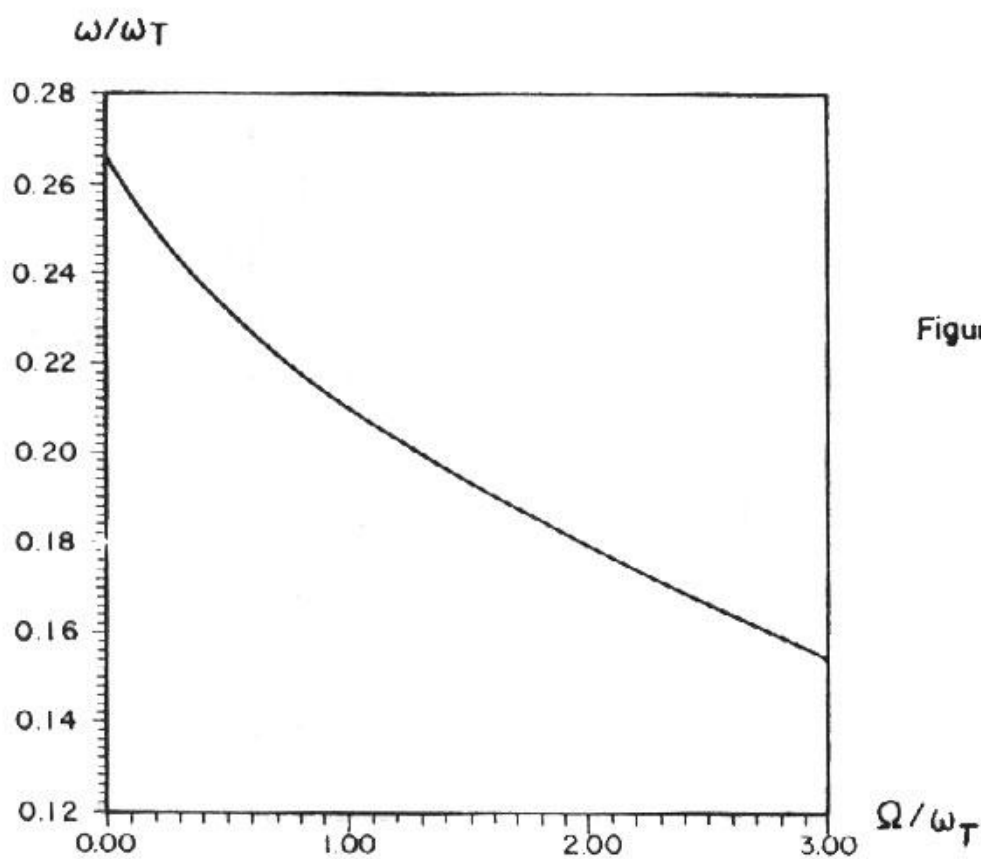


Figura 2

**Figura 2:** Variación de la frecuencia inicial del primer modo de Kiewer-Fuchs con la densidad de los 2D-portadores. Los valores de los demás parámetros son los indicados en el texto de la Figura 1.

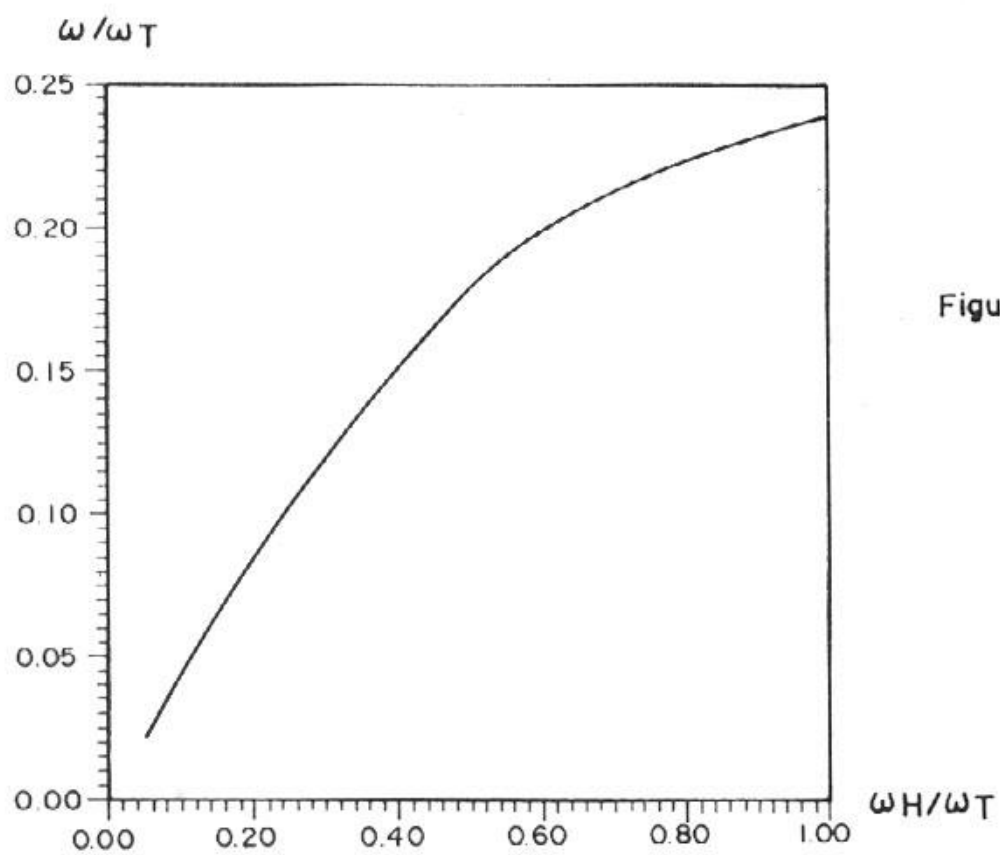


Figura 3

**Figura 3:** Variación de la frecuencia del primer modo de Kiewer Fuchs con la frecuencia ciclotrónica de los 2D portadores. Los valores de los demás parámetros son los indicados en el texto de la Figura 1.

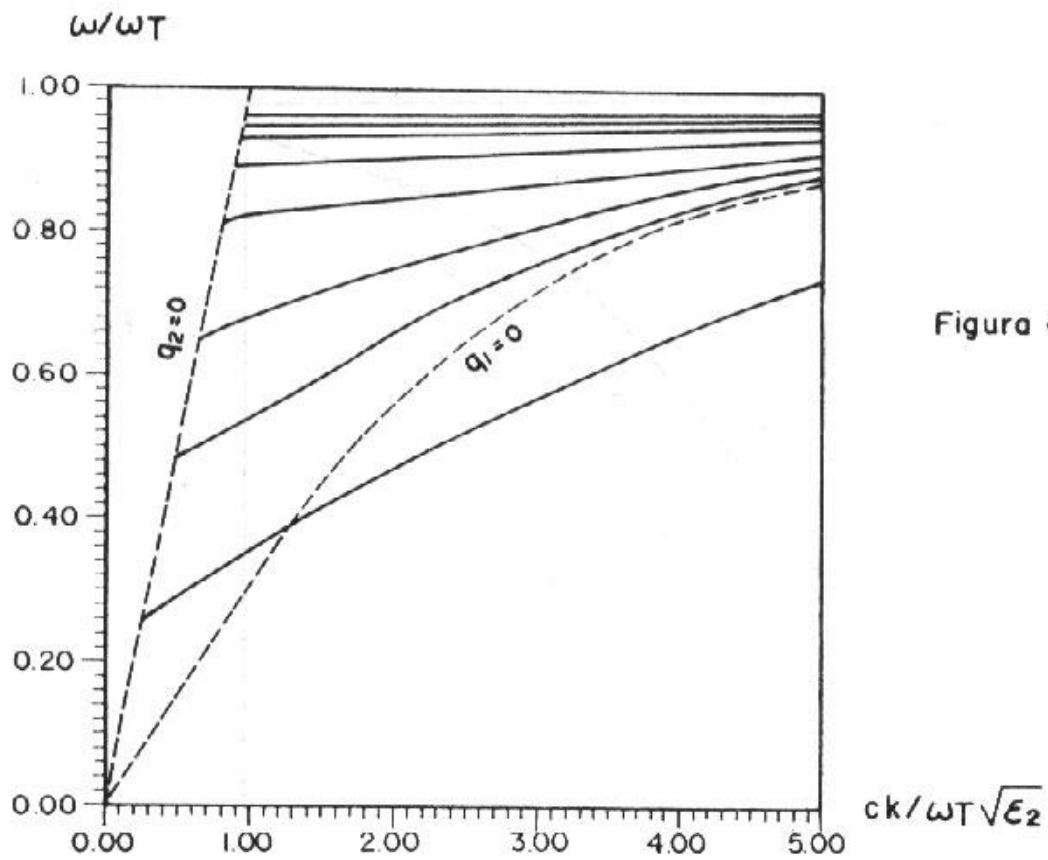


Figura 4

**Figura 4:** Curvas de dispersión correspondientes a los primeros modos de Kliewer-Fuchs acoplados a los 2D-magnetoplasmones. Los valores de los parámetros son los mismos de la Figura 1.

**Referencias**

- Agranovich, V.M., and Ginzburg, V.L.** *Crystal Optics with Spatial Dispersion and Excitons*, Springer (Berlin), (1984).
- Babiker, M.** J. Phys.: C. Solid State Phys, 19-683, (1986).
- Cardona, M., and Guntherodt, G.** *Light Scattering in Solids (V)*. Springer (Berlin), (1989).
- Chakravorty, T. and Pietilainen, P.** *The Fractional Quantum. Hall Effect*. Springer (Berlin), (1989).
- Chaplik, A.V.** , Sov. Phys. JETP 62-746, (1972).
- Chen R., Lin, D.L., and George, T.F.** , Phys. Rev. B 41-1435, (1990).
- Chiu, K.W., and Quinn, J.J.** Phys. Rev. B 9-4724, (1974).
- Cottam, M.G., and Tilley, D.R.** *Introduction to Surface and Superfattice Excitations*. Cambridge Univ. Press. (Chichester), (1989).
- Das Sarma, S., and Quinn, J.J.** Phys. Rev. B 25-7603, (1982).
- Granada, J.C., Kosevich Yu, A., and Kosevich, A.M.** Pisma v Zh TF 18-1716, (1988).
- Granada, J.C. and Oliveira, F.** Sol. State Communs. 75-179, (1990).
- Kliwer, K.L., and Fuchs, R.** Phys. Rev. 144-495, (1966).
- Kosevich, A.M., Kosevich Yu, A., and Granada, J.C.** Phys. Lett. A, 127-52, (1988).
- Kun Huang and Bangfen Zhu** Phys. Rev. B 38-13377, (1988).
- Mirlin, D.N.,** *In Surface Polaritons*. (ed. by V.M. Agranovich and A.A. Maradudin), North Holland (Amsterdam), (1982).
- Monarkha Yu, P.** Fiz Nizk Temp. 3-1459, (1977).
- Nakayama, M.** J. of Phys. Soc. of Japan, 36-393, (1974).
- Polischuk et al.** Pisma v ZhTF, 17-1197, (1987).

- Prange and Girvin** (eds) *The Quantum Hall Effect*. Springer (Berlin), (1989).
- Santoro, G.E. and Giuliani, G.F.** Phys. Rev. B 37-937, (1988).
- Stern, F.** Phys. Rev. Lett, 18-546, (1967).
- Stroscio, M.A., Lafrate, G.J., Goronkin, H. and Maracas, G.N.** Appl. Phys. Lett. 59-1093, (1991).
- Trallero Ginner C., and Comas, F.** Phys. Rev. B 37-4583, (1988).
- Ushioda, S. and Loudon, R.** *In Surface Polaritons* (ed by V.M. Agronovich and A.A. Maradudin), North Holland (Amsterdam), (1982).
- Yariv, A. and Yeh, P.** *Optical Waves in Crystals*. John Wiley and Sons (New York), (1984).