

### 6.3. COMBINATORIA.

---

## PARTICIONES MEZCLADAS

DIEGO VILLAMIZAR

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

diego.villamizarr@usa.edu.co

En esta charla presentaremos una familia de particiones de conjuntos llamadas particiones  $r$ -mezcladas. Mostraremos el conteo explícito de estas particiones, discutiremos su función generatriz y sus propiedades aritméticas. Además, discutiremos el análogo en permutaciones y conexiones con relaciones difuncionales y matrices lonesum.

**Keywords and keyphrases**— Partitions, permutations, Stirling numbers.

**Palabras y frases clave**— Particiones, permutaciones, números de Stirling.

---

## ¿ARREGLOS COSTAS TRIDIMENSIONALES?

DAVID DAZA, CARLOS TRUJILLO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

davidaza@unicauca.edu.co

trujillo@unicauca.edu.co

Un arreglo Costas bidimensional de orden  $n$  se puede considerar geométricamente como un conjunto de  $n$  puntos situados en los cuadrados de un tablero de tamaño  $n \times n$ , tales que cada fila o columna contiene sólo un punto y los vectores uniendo pares de puntos son todos distintos. Costas consideró estos conjuntos en 1965 para mejorar el rendimiento de los sistemas radar y sonar. En 2017, Jedwab y Yen generalizaron los arreglos Costas a tres dimensiones de la siguiente manera: un cubo Costas de orden  $n$  es un arreglo de tamaño  $n \times n \times n$  sobre  $\mathbb{Z}_2$ , para el cual cada una de las tres proyecciones en dos dimensiones es un arreglo Costas de orden  $n$ . En esta charla se mostrarán construcciones de cubos Costas que satisfacen la

propiedad adicional de ser conjuntos  $B_3$ . Un subconjunto  $A$  de un grupo  $G$  (notado aditivamente) es un conjunto  $B_3$  (en  $G$ ) si para cualquier  $x \in G$  existe a lo más 1 multiconjunto  $\{a_1, a_2, a_3\}$  tal que  $a_1 + a_2 + a_3 = x$  y  $a_i \in A$ .

**Keywords and keyphrases**— Costas array,  $B_h$  sets.

**Palabras y frases clave**— Arreglos Costas, conjuntos  $B_h$ .

---

## ARNDT COMPOSITIONS: STATISTICS, GENERALIZATIONS AND A FIBONACCI NUMBERS IDENTITY

DANIEL CHECA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

dcheca@unal.edu.co

Arndt's compositions are those integer compositions that satisfy the condition that the first summand is greater than the second, the third summand is greater than the fourth, and so on. Hopkins and Tangboonduangjit have provided several combinatorial proofs that Fibonacci numbers count the number of Arndt's compositions for each positive integer  $n$ . In this talk, alternative proofs of this result will be presented, along with information on statistics of these counting sequences. Thanks to this work, it has been discovered a new identity for Fibonacci numbers and contributed generalizations of this combinatorial object when the initial restriction is changed.

**Keywords and keyphrases**— Arndt compositions, Fibonacci numbers, generalizations.

**Palabras y frases clave**— Composiciones Arndt, números de Fibonacci, generalizaciones.

---

## EXPLORACIÓN DE LAS CELDAS DE VORONOI EN LATTICES DE PRIMER TIPO: UN ENFOQUE GEOMETRICO Y COMBINATORIO

DANIEL STIVEN TOVAR PASTRANA

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

daniel.tovar@correounivalle.edu.co

Esta presentación explora celdas de Voronoi en lattices de primer tipo. Estos lattices tienen una propiedad única la cual es tener “superbase obtusa” y se vinculan con el problema del mejor lattice cuantizador. Sorprendentemente, las celdas de Voronoi resultan ser permutahedros, conectando geometría y combinatoria. Los resultados clave incluyen el volumen y el segundo momento de estas celdas, cruciales para resolver el problema del lattice cuantizador. Esta charla revela la intersección intrigante entre geometría y combinatoria en las matemáticas contemporánea con aplicaciones en Criptografía y Teoría de la Información.

**Keywords and keyphrases**— Euclidean lattices, permutohedro, Voronoi Cells, cryptography based on lattices.

**Palabras y frases clave**— Lattices Euclideanos, permutohedro, celdas de Voronoi, criptografía basada en lattices.

---

## PARTICIONES DE ENTEROS $n$ -COLOREADAS.

BEIMAR NARANJO

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

bbaranjom@unal.edu.co

Se exponen conceptos sobre particiones de enteros  $n$  coloreadas, y particiones donde las partes tienen como colores composiciones de enteros. En particular, cuando se consideran  $\leq 2$ -composiciones, surgen varios resultados interesantes, entre ellos un análogo al teorema de Euler para particiones, que a pesar de haber sido probado mediante funciones generatrices, se muestra una biyección entre estas dos clases combinatorias.

**Keywords and keyphrases**—  $n$ -colored partitions.

**Palabras y frases clave**— Particiones  $n$ -coloreadas.

---

## PICOS SIMÉTRICOS Y ASIMÉTRICOS EN PARTICIONES DE CONJUNTOS Y COMPOSICIONES

ANDRÉS RICARDO MORENO GARZÓN

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

armorenog@unal.edu.co

Se presentará el trabajo y resultados obtenidos referentes al conteo en particiones de conjuntos y composiciones de enteros positivos de las estadísticas pico simétrico (asociada a la ocurrencia del patrón 121) y pico asimétrico, (asociada a la ocurrencia de los patrones 132 y 231), utilizando métodos combinatorios y analíticos como conteo directo, funciones generatrices, fórmulas recursivas, análisis asintótico y el método simbólico. Se extienden las ideas, métodos y resultados de los trabajos de Asakly, además de Florez y Ramírez para el conteo de las estadísticas mencionadas anteriormente en palabras y caminos de Dick, respectivamente. Se obtienen fórmulas cerradas para la cantidad de picos simétricos y asimétricos en particiones de conjuntos (representación canónica) y composiciones, extendiendo los resultados a composiciones restringidas y palíndromas.

**Keywords and keyphrases**— Symmetry, generating functions.

**Palabras y frases clave**— Simetrías, funciones generatrices.

---

## UN USO MÁGICO DE LOS POSITROIDES

SERGIO ALEJANDRO FERNANDEZ DE SOTO GUERRERO

*Technische Universitaet Graz, Graz, Austria*

sergio.fernandez@tugraz.at

Los positroides son un objeto matemático nacido del estudio de Postnikov del Grassmaniano no negativo, los cuales están en biyección con una pletera de objetos combinatorios, como algunas generalizaciones del grupo simétrico conocidas como permutaciones decoradas y permutaciones bicoloradas. Dichas generalizaciones pueden ser usadas en el contexto de las acciones de grupos para describir mezclas sobre una baraja de cartas, obteniendo así, en el mundo de la magia, formas poco convencionales de mezclar cartas para obtener nuevos trucos.

**Keywords and keyphrases**— Grassmanian, positroids, permutations.

**Palabras y frases clave**— Grassmaniano, positroides, permutaciones.

---

## INTRODUCCIÓN A LAS ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS DE GRAFOS

CHRISTIAN CASTAÑO

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

christian.castano01@usa.edu.co

En este trabajo se presentará a forma de introducción un desarrollo de las estructuras aritméticas sobre grafos y su conexión con temas de diferentes áreas de las matemáticas como la combinatoria, la teoría de números y el álgebra en general.

**Keywords and keyphrases**— Graphs, number theory.

**Palabras y frases clave**— Grafos, teoría de números.

---

## JUGANDO CON LEGOS: POLIMINÓS CONVEXOS POR FILAS

EMMANUEL SILVA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

esilvaa@unal.edu.co

En el marco del estudio combinatorio de los poliminós, se presentan resultados enumerativos sobre una subfamilia de estos conocida como las  $k$ -torres de Lego. Para esta familia se definen cuatro estadísticas: el área, el semiperímetro, la altura y el número de pestañas, y mediante el uso del método simbólico se halla la función generatriz para estas cuatro variables. Asintóticamente, esta familia captura a los poliminós convexos por fila, y así cuando  $k$  se hace tender a infinito se recuperan resultados clásicos para poliminós convexos.

**Keywords and keyphrases**— Convex polyomino.

**Palabras y frases clave**— Poliminós convexos.

# CONSTANTE DE CUANTIZACIÓN PARA RETÍCULOS EUCLIDIANOS DE TIPO I EN DIMENSIONES BAJAS

NÓRIDA MANUELA IQUINÁS VOLVERÁS

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

[norida.iquinas@correounivalle.edu.co](mailto:norida.iquinas@correounivalle.edu.co)

En esta charla se presentará el problema del retículo cuantizador óptimo, además de mostrar la estrategia del cálculo de la constante de cuantización para retículos euclidianos de Tipo I en dimensiones bajas, en función de los parámetros de Selling.

Dicha estrategia en general consiste en hacer una descripción de la celda de Voronoi del retículo, la cual permite obtener una partición en símlices de la celda, y por medio de un teorema expuesto por Conway y Sloane es posible deducir la constante de cuantización del lattice.

**Keywords and keyphrases**— Euclidean lattices, permutohedro, Voronoi cells, second moment, cryptography based on lattices.

**Palabras y frases clave**— Lattices Euclideanos, permutohedro, celdas de Voronoi, Criptografía basada en lattices.