6.2. **TEORÍA DE NÚMEROS.**

LA SECUENCIA DE RECAMÁN: UNA CONCHA EN LA PLAYA

BERNARDO RECAMÁN SANTOS
Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia
ignotus@hotmail.com

Se describe la secuencia de Recamán, bautizada así por Neil Sloane, el gestor de la Enciclopedia en línea de secuencias enteras y se cuenta su origen e historia a partir de un problema sin resolver de Ronald Graham.
En 1992, este autor, le escribió al profesor Neil Sloane, por entonces investigador de AT&T en Estados Unidos presentándole una secuencia de números enteros con un extraño comportamiento y con la que se había tropezado investigando un problema de Ronald Graham en teoría de números. En esta charla describo la secuencia, hablo de sus extrañas propiedades y cuento su historia.

Keywords and keyphrases— Recaman's sequence, OEIS.
Palabras y frases clave— Secuencia de Recaman, OEIS.

CONTANDO LOS PUNTOS MEDIOS DE LAS DIAGONALES DE n-ÁGONOS CONVEXOS

BRIEN NAVARRO
Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, México
briennabarro11@gmail.com

Los conjuntos suma en $\mathbb{R}^d$ son objetos fundamentales en Teoría Aditiva de Números. Al pedirle condiciones geométricas a los conjuntos a sumar podemos obtener resultados muy interesantes tanto en Geometría como en Teoría de Números. El problema del que hablaremos en esta charla es un muy buen ejemplo de lo anterior: estudiaremos el número de puntos medios

de las diagonales que genera un conjunto de n puntos en posición convexa y veremos las implicaciones geométricas y aritméticas de este problema.

Keywords and keyphrases— Convex polygons, sumsets.

Palabras y frases clave— Polígonos convexos, conjuntos suma.

EXISTENCIA DE REGLAS g-GOLOMB MODULARES

CRISTIAN MENESES, CARLOS MARTOS, DAVID DAZA

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

camilomeneses@unicauca.edu.co

cmartos@unicauca.edu.co

davidaza@unicauca.edu.co

Una regla Golomb modular, es un subconjunto de $\mathbb{Z}_M$, cuya propiedad es que todas las diferencias no cero de dos elementos de dicho conjunto son distintas módulo M. Este concepto se puede generalizar al de regla $g-$ Golomb, en las cuales se admiten a lo más g repeticiones en las diferencias de dos elementos de la regla. Esta ponencia se enfocará en demostrar parámetros de existencia para reglas g-Golomb modulares generalizando resultados conocidos sobre reglas Golomb modulares.

Keywords and keyphrases— g-Golomb rulers existence parameters.

Palabras y frases clave— Reglas g–Golomb, parámetros de existencia.

RECTÁNGULOS g-GOLOMB

CARLOS A. MARTOS, DIEGO F. RUÍZ

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

cmartos@unicauca.edu.co

dfruiz@unicauca.edu.co

Una regla Golomb es un conjunto de enteros con la propiedad que todas las diferencias no cero de dos elementos son distintas. La longitud de la regla es $\ell(A) = \max A - \min A$ y $G(m)$ denota la regla Golomb de menor longitud con m elementos. En esta ponencia vamos a considerar una generalización de este tipo de conjuntos contenidos en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ y estudiaremos una función análoga a $G(m)$.

Keywords and keyphrases— Sidon sets, Golomb modular rulers.

Palabras y frases clave— Conjuntos de Sidon, reglas Golomb modulares.

ASPECTOS ALGEBRAICOS DE LA TESIS DE TATE

DAVID CAMILO TÉLLEZ GUZMÁN

Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

dctellezg@unal.edu.co

Cuando se hace mención a la tesis doctoral de Tate se suele decir que su principal merito fue descubrir el como es posible hacer análisis armónico sobre el anillo (localmente compacto) de los adeles. Esta presentación junto al título del trabajo de Tate (Fourier Analysis in Number Fields and Hecke's Zeta Functions) pueden sugerir erróneamente que los resultados que allí aparecen tienen una motivación o son, en el fondo, puramente analíticos. Así pues, puede parecer extraño el que la tesis doctoral de Tate sea considerada uno de los textos fundamentales en la teoría algebraica de números. El objetivo de esta ponencia será precisamente explicitar las motivaciones algebraicas de este trabajo. Para ello, presentaremos brevemente el trabajo previo de Artin "Über eine neue art von l-reihen", junto al texto conjunto de Tate y Artin "Class field theory". Estos trabajos nos mostrarán qué aspectos algebraicos son fundamentales en la tesis doctoral de Tate.

Keywords and keyphrases— Fourier analysis in number fields, compact topological groups.

Palabras y frases clave— Análisis de Fourier en cuerpos numéricos, grupos topológicos compactos.

NÚMEROS MADRUGADORES

EDWARD FERNÁNDEZ, CARLOS MARTOS, BERNARDO RECAMAN

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

edwardfer@unicauca.edu.co
cmartos@unicauca.edu.co
ignotus@hotmail.com

Los números madrugadores son aquellos que pueden encontrarse en la secuencia generada por los enteros positivos consecutivos, sin espacios, ni puntuación intermedia antes de su posición garantizada en el ordenamiento establecido. Estos han sido referenciados por pocos matemáticos, quienes han propuesto problemas en busca de estudiar su estructura, es por eso que en este espacio se describirá su comportamiento, se presentarán algunos resultados conocidos y plantearán determinados problemas abiertos.

Keywords and keyphrases— Early bird numbers, integer sequences.

Palabras y frases clave— Números madrugadores, secuencia de números enteros.

VALORES COMUNES DE LAS SUCESIONES PADOVAN Y PERRIN

ERIC FERNANDO BRAVO MONTENEGRO

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

fbravo@unicauca.edu.co

La sucesión entera definida por $P_{n+3} = P_{n+1} + P_n$ con condiciones iniciales $P_0 = P_1 = P_2 = 1$ se conoce como la sucesión de Padovan $(P_n)_{n\in\mathbb{Z}}$. La sucesión de Perrin $(R_m)_{m\in\mathbb{Z}}$ satisface la misma ecuación de recurrencia que la sucesión de Padovan pero con los valores iniciales $R_0 = 3$, $R_1 = 0$ y $R_2 = 2$. En esta ponencia, resolvemos la ecuación $P_n = \pm R_m$ con $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$.

Keywords and keyphrases— Padovan number, Perrin number, linear forms in logarithms.

Palabras y frases clave— Números de Padovan, números de Perrin, formas lineales en logaritmos.

NÚMEROS DE FIBONACCI CERCANOS A NÚMEROS DE PELL

FABIAN POMEO, JHON J. BRAVO

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

jfmpomeo@unicauca.edu.co

jbravo@unicauca.edu.co

Usando la noción de cercanía planteada por Chern y Cui en 2014 determinamos todos los números de Fibonacci cercanos a los números de Pell. Se puede hacer un trabajo similar con los números de Fibonacci generalizados, los ingredientes matemáticos para abordar este tipo de problemas provienen de formas lineales en logaritmos y métodos de reducción.

Keywords and keyphrases— Fibonacci number, Pell number, linear form in logarithms, reduction method.

Palabras y frases clave— Número de Fibonacci, número de Pell, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE SKOLEM PARA LA SUCESIÓN K–GENERALIZADA DE FIBONACCI

JONATHAN GARCÍA REBELLÓN

Universidad del Valle, Cali, Colombia

garcia.jonathan@correounivalle.edu.co

Así como el teorema fundamental del álgebra da cuenta de los ceros de polinomios, el problema de Skolem trata sobre su análogo en sucesiones recurrentes lineales (SRL's): ¿Es posible determinar cuántos ceros tiene una SRL?. El renombrado teorema de Skolem–Mahler–Lech establece que el conjunto de ceros de una SRL es la unión de un conjunto finito y un número finito de progresiones aritméticas. A pesar de que el Teorema de Skolem–Mahler–Lech tiene casi 90 años, la decidibilidad del problema de Skolem sigue siendo una pregunta abierta. En esta charla se presentará la respuesta a esta pregunta para la sucesión k–generalizada de Fibonacci con índices enteros.

Keywords and keyphrases— Skolem problem, generalized Fibonacci sequences.

Palabras y frases clave— Problema de Skolem, sucesiones generalizadas de Fibonacci.

UNA BONITA RELACIÓN ENTRE GRAFOS Y ECUACIONES SOBRE CAMPOS FINITOS

FERNANDO A. BENAVIDES
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia
fandresbenavides@udenar.edu.co

Dado un grafo no dirigido $G = (V, E)$ (posiblemente con loops), los valores propios de su matriz de adyacencia permiten inducir, en algunos casos, invariantes de G tales como conexidad, número de componentes conexas, si es bipartito, etc. Le Anh Vinh en 2013 y 2014 realizó un estudio del número de soluciones de ciertas ecuaciones sobre campos finitos, mediante la asociación de un grafo a cada ecuación y los valores propios de su matriz de adyacencia. En esta charla se realiza una exposición de algunas propiedades básicas del espectro de un grafo así como una presentación detallada del método utilizado para el análisis del conjunto solución de algunas ecuaciones sobre campos finitos.

Keywords and keyphrases— Simple graphs, adjacency matrix, finite fields.

Palabras y frases clave— Grafos simples, matriz de adyacencia, cuerpos finitos.

ALGUNAS FUNCIONES ZETA Y SUS PROPIEDADES

ADRIANA ALEXANDRA ALBARRACÍN MANTILLA
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
alealbam@uis.edu.co

En esta charla, se presentarán tres funciones zeta, la asociada al cuerpo de funciones con cuerpo de constantes finito, la de Igusa, que es una función zeta definida sobre un cuerpo local no arquimediano, vista como una variación de la función propuesta por Tate, y la función zeta topológica, que se obtiene como caso límite de las funciones zeta de Igusa para cuerpos p-ádicos.

Además, se mostrará la relación con el resultado de la conjetura de Riemann, sus propiedades y aplicaciones.

Keywords and keyphrases— Zeta function of algebraic functions fields, Local zeta function, Riemann hypotesis.

Palabras y frases clave— Función zeta del cuerpo de funciones algebraicas, función zeta local, hipótesis de Riemann.

ILUSTRACIÓN GRÁFICA DE LOS BINARIOS CON PYTHON

EUDEL CAMARGO, LIDA TEJADA

Universidad del Magdalena, Santa Marta, Colombia
Dependencia (SED), I.E.D. Simon Bolivar, Santa Marta, Colombia

ecamargo@unimagdalena.edu.co
ltejada@gmail.com

Todos conocemos el sistema binario o base 2, así el 7 en el sistema binario se expresa como 111, llamemos $P(7)$ a la suma de todas las componentes del 7 en el sistema binario, de esta forma $P(7) = 3$, a este número lo denominaremos el peso de 7 en base 2. Se demuestra aquí, haciendo uso de la combinatoria, que si $b = 2^n - 1$, entonces

$$\sum_{i=0}^{b} P(i) = n2^{n-1}$$

Finalmente se ilustra gráficamente la simetría de esta sumatoria en un rectángulo haciendo uso del lenguaje de programación Python.

La linea poligonal por dentro del rectángulo, lo divide en dos partes iguales, de la misma forma a como lo hace una diagonal. Para esta linea encontramos una expresión general para cualquier entero positivo n y se prueba que cuando n tiende al infinito, la razón entre la medida de esta y la diagonal común es 2.

Keywords and keyphrases— Weight rectangle, binary numbering system, Python.

Palabras y frases clave— Rectángulo de pesos, sistema de numeración binario, Python.

ABELIAN P-EXTENSIONS

JONNY FERNANDO BARRETO CASTAÑEDA
Escuela superior de administración publica, Vaupés, Colombia
jonny.barreto@esap.edu.co

In this work, we present some arithmetic properties of families of abelian p-extensions of global function fields. Among them are their type of ramification and decomposition, the ramification index and the relation between two distinct generators of an abelian p-extension. Finally, we give an explicit description of the genus field of any finite abelian p-extension of a global rational function field.

Keywords and keyphrases— Abelian p–extensions, global function fields.

Palabras y frases clave— p–extensiones abelianas, cuerpos de funciones globales.

UN PROBLEMA DIOFÁNTICO CON NÚMEROS GENERALIZADOS DE FIBONACCI Y DE PELL

JULIETH RUIZ, JOSE LUIS HERRERA, JHON J. BRAVO
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
jfrh@unicauca.edu.co

Dos enteros positivos son potencias de dos equivalentes si sus factores impares más grandes coinciden. En esta charla, se presentan algunos resultados sobre los números generalizados de Fibonacci y de Pell que son potencias de dos equivalentes. Esta investigación utiliza cotas inferiores para formas lineales en logaritmos y técnicas de reducción en aproximación Diofántica. El trabajo contó con el apoyo de MinCiencias (Colombia) a través del programa “Implementación del proyecto de Jóvenes Investigadores e Innovadores en el Departamento del Cauca”, Proyecto VRI ID 5645 (Universidad del Cauca).

Keywords and keyphrases— Generalized Fibonacci number, linear forms in logarithms, reduction method.

Palabras y frases clave— Número generalizado de Fibonacci, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

UNA DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE KRONECKER-WEBER

SAMUEL ARROYO

Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S.L.P., México

samueelarrooyo23@gmail.com

Sea $n \in \mathbb{Z}^+$ y $\zeta_n = e^{\frac{i2\pi}{n}}$. Es bien sabido que $\mathbb{Q}(\zeta_n)/\mathbb{Q}$ es una extensión de Galois y su grupo de Galois es abeliano; por lo tanto, para todo campo intermedio $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{F} \subseteq \mathbb{Q}(\zeta_n)$, el grupo de Galois de $\mathbb{F}/\mathbb{Q}$ es abeliano. Una pregunta muy natural es si estas son (salvo isomorfismos de campos) las únicas extensiones de Galois finitas de $\mathbb{Q}$ con grupo de Galois abeliano. El Teorema de Kronecker-Weber da una respuesta afirmativa a esta pregunta y en esta charla hablaremos sobre una demostración elemental del mismo.

Keywords and keyphrases— Galois extensions, Kronecker-Weber theorem, Abelian extensions.

Palabras y frases clave— Extensiones de Galois, Teorema de Kronecker-Weber, extensiones Abelianas.

UN RECORRIDO HISTÓRICO POR EL PROBLEMA DE LOS CONJUNTOS SUMA PEQUEÑO

LAURA ERASO, FERNANDO BENAVIDES, WILSON MUTIS

Universidad de Nariño, Pasto, Colombia

lauraeraso1@udenar.edu.co
fandresbenavides@udenar.edu.co
wfmutis@udenar.edu.co

Algunos problemas pertenecientes a la teoría de números pueden ser estudiados en estructuras algebraicas más generales, entre estos, un problema de interés es encontrar la cardinalidad mínima del conjunto producto AB, donde A y B son subconjuntos no vacíos de un grupo finito G. Es decir, se desea determinar a la función $\mu_G(r, s)$ la cual representa el mínimo cardinal posible de un conjunto producto $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$, donde A y

B son subconjuntos de G que tienen cardinalidades r y s, respectivamente. Esta ponencia pretende mostrar algunas propiedades básicas de la función μ_G asi como los resultados más relevantes de dicho problema partiendo de su surgimiento hasta los estudios realizados recientemente.

Keywords and keyphrases— Product set, Abelian groups, soluble groups.

Palabras y frases clave— Conjunto producto, grupos abelianos, grupos nilpotentes.

LA CONJETURA DE MANIN PARA VARIEDADES TÓRICAS CON POCOS GENERADORES SOBRE CUERPOS DE NÚMEROS

TOBÍAS MARTÍNEZ, SEBASTIÁN HERRERO, PEDRO MONTERO.

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Universidad Técnica Federico Santa María, Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile

tobias.martinez@ues.edu.sv
sebastian.herrero@pucv.cl
pedro.montero@utfsm.cl

El estudio de los puntos racionales sobre variedades algebraicas es una de las formas modernas de estudiar las ecuaciones diofantinas, puesto que dado un sistema de ecuaciones diofantinas, se tiene una correspondencia biyectiva entre el conjunto de soluciones no triviales de dicho sistema y el conjunto de puntos racionales de la variedad que el sistema define en algún espacio afín o proyectivo. En esta charla, relacionaremos la función zeta de alturas de los puntos racionales en variedades de Hirzebruch-Kleinschmidt definida sobre un cuerpo de números K con cierta función zeta del cuerpo K definida de manera análoga a las funciones zeta de Tate. Estudiar el comportamiento analítico de la función zeta de alturas nos permite concluir que la conjetura de Manin es válida para estas variedades.

Keywords and keyphrases— Rational points, Manin's conjecture.

Palabras y frases clave— Puntos racionales, conjetura de Manin.

MODULARIDAD DE CURVAS ELÍPTICAS

VÍCTOR GANDICA
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
vagandicap@unal.edu.co

La modularidad de una curva elíptica racional es una propiedad que nos permite describir completamente cuándo podemos factorizar en factores lineales su ecuación de la forma $y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c$ en cuerpos finitos $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Esto se obtiene mediante la asignación a la curva de una forma modular, esta es una función meromorfa de variable compleja que en su serie de Fourier contiene exactamente esta información.

Keywords and keyphrases— Elliptic curve, modular forms.
Palabras y frases clave— Curvas elípticas, formas modulares.

ECUACIONES DIOFÁNTICAS CON NÚMEROS DE PERRIN

KAREN J. SACANAMBOY, ERIC F. BRAVO, JHON J. BRAVO
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
sacanamboy@unicauca.edu.co
fbravo@unicauca.edu.co

La sucesión entera $(R_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ definida por la relación de recurrencia ternaria $R_{n+1} = R_{n-1} + R_{n-2}$ con condiciones iniciales $R_0 = 3, R_1 = 0$ y $R_2 = 2$, es conocida como la sucesión de Perrin. En esta charla se presentan las soluciones de las ecuaciones diofánticas $R_{-n} = \pm R_m^2$ y $R_n = R_{-m}^2$ con m y n enteros positivos.

Keywords and keyphrases— Perrin's number, linear form in logarithms, reduction method.
Palabras y frases clave— Número de Perrin, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

FÓRMULAS EXPLÍCITAS RIEMANN, WEIL Y HARAN

JOHN JAIME RODRÍGUEZ
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
jjrodriguezv@unal.edu.co

El propósito de esta charla es, en primer lugar, ofrecer una panorámica histórica sobre las contribuciones de Riemann, Weil y Haran en el ámbito de fórmulas explícitas. Posteriormente, la charla se enfocará en presentar los resultados recientes obtenidos en *Riesz potentials and explicit sums in arithmetic*, donde se extienden los resultados de Haran al caso de un cuerpo cuadrático imaginario K. En particular, se presentará la aproximación al núcleo de Riesz sobre $\mathbb{C}$ y se analizará la relación entre la descomposición de ideales primos en la extensión $K/\mathbb{Q}$ y los operadores de diferenciación asociados a formas cuadráticas.

De manera más detallada, en el caso de una extensión cuadrática imaginaria $K/\mathbb{Q}$, existe únicamente un lugar arquimediano, que corresponde a los números complejos $\mathbb{C}$. Además, el carácter cuadrático del discriminante $\Delta_K \pmod{p}$ determina la descomposición del primo p en el anillo de enteros $\mathcal{O}_K$. Por lo tanto, los núcleos de Riesz necesarios para la aproximación adélica de Haran son, en este caso, los correspondientes a $\mathbb{C}$ y a los ideales primos $\mathcal{P}$ de $\mathcal{O}_K$. Durante la charla, se presentarán estos núcleos y el correspondiente operador sobre los ideles de K.

Keywords and keyphrases— Riemann hypotesis, Haran's adelic approximation.

Palabras y frases clave— Hipótesis de Riemann, aproximación adelica de Haram.