• Aplicaciones.
Diego Napp (Universidad de Alicante, España)
Angélica Torres (Universidad de Barcelona, España)
Amalia Pizarro (Universidad de Valparaíso, Chile)
• Geometría algebráica.
Ricardo Toledano (Universidad Nacional del Litoral, Argentina)
Sergio Troncoso (Universidad Federico Santa María, Chile)
Alexander Quintero (Universidad Nacional de Colombia, Colombia)

3. PROFESORES INVITADOS

• Bernhard Amberg, Institut für Mathematik, Johannes Gutenberg-Universität, Alemania.
• Edson Riveiro Alvares, Universidad Federal do Paraná, Brasil.
• Yadira Baldivieso, Universidad de las Américas Puebla, México.
• Héctor Pinedo, Universidad Industrial de Santander, Colombia.
• José Andrés Vélez, Valdosta State University, EE.UU.
• Victor Moll, Tulane University, EE.UU.
• Mario Huicochea, Universidad Autónoma de Zacatecas, México.
• Pranabesh Das, Xavier University of Louisiana, EE.UU.
• Guillermo Mantilla, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
• Carlos Alberto Trujillo, Universidad del Cauca, Colombia.
• Amanda Montejano, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
• José Luis Ramírez, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
• Javier de la Cruz, Universidad del Norte, Colombia.
• Wolfgang Willems, Universidad de Magdeburg, Alemania.
• Cecilia Salgado, University of Groningen, Holanda.
• Álvaro Garzón, Universidad del Valle, Colombia.
• Sergio Troncoso, Universidad Federico Santa María, Chile.

GROUPS WHICH ARE THE PRODUCT OF TWO SUBGROUPS

BERNHARD AMBERG
Johannes-Gutenberg University, Mainz, Alemania
amberg@uni-mainz.de

A group G is called factorizad, if $G = AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ is the product of two subgroups A and B of G. What can be said about the structure of G if the structures of the two subgroups A and B are known. A famous result says that if A and B are abelian, the group G is metabelian, i.e. it contains an abelian normal subgroup N such that the factor group G/N is also abelian. We will discuss some generalizations of this theorem. In the theory of factorized groups triply factorized groups of the form $G = AB = AM = BM$, where M is a normal subgroup of G such that $A \cap B = A \cap M = B \cap M = 1$, often play a decisive role. We will show how groups with these properties can be constructed using results from ring theory, especially about radical rings.

Keywords and keyphrases— Theory of factorized groups, metabelian groups

Palabras y frases clave— Factorización de grupos, grupos metabelianos.

MORDELL-WEIL RANK JUMPS ON FAMILIES OF ELLIPTIC CURVES

CECILIA SALGADO
University of Groningen, Holanda
c.salgado@rug.nl

We will discuss recent developments around the variation of the Mordell-Weil rank in 1-dimensional families of elliptic curves, by studying them in the guise of elliptic algebraic surfaces. In particular, we will cover recent progress on rational and K3 surfaces, and discuss directions for surfaces of Kodaira dimension 1.

Keywords and keyphrases— Elliptic curves, Mordell-Weil rank.

Palabras y frases clave— Curvas elípticas, rango de Mordell-Weil.

UN RECORRIDO POR LA TEORÍA DE NÚMEROS CONTEMPORÁNEA: L-FUNCIONES, REPRESENTACIONES DE GALOIS Y EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

GUILLERMO MANTILLA-SOLER

Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia

gmantillas@unal.edu.co

La reciprocidad cuadrática de Gauss, el teorema de progresiones aritméticas de Dirichlet, el teorema de Kronecker - Weber, la conjetura de Birch y Swinnerton -Dyer y la prueba del último teorema de Fermat por Wiles y compañía son todos ejemplos del profundo impacto que tienen las representaciones de Galois en la teoría de números contemporánea. El desarrollo de la teoría de cuerpos de clase en el siglo XX no es otra cosa que el estudio 1-dimensional de tales representaciones, y los resultados en esta área no son otra cosa que el caso $n = 1$ del programa de Langlands. En este charla presentaré algunos de los resultados mencionados arriba y explicaré cómo las representaciones de Galois son un terreno común para todos ellos.

Keywords and keyphrases— Galois representations, Fermat's last theorem.

Palabras y frases clave— Representaciones de Galois, último teorema de Fermat.

BUENAS GRADUACIONES EN ÁLGEBRAS DE MATRICES ESTRUCTURALES

HÉCTOR PINEDO TAPIA

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia

hpinedot@uis.edu.co

Un problema abierto en álgebra formulado por E. Zelmanov, es el de obtener la clasificación de todas las G–graduaciones en el álgebra de matrices

$M_n(k)$, donde k es un cuerpo, esto es, describir bajo isomorfismo todas las descomposiciones en k-subespacios vectoriales $M_n(k) = \bigoplus_{g\in G} M_n(k)_g$ tal que para todo $g, h \in G$ la inclusión $M_n(k)_g M_n(k)_h \subseteq M_n(k)_{gh}$ es válida.
Este problema ha atraído mucha atención y ha sido resuelto en algunos casos particulares para cuerpos k y grupos G. En esta charla vamos a restringirnos a una clase particular de graduación en anillos de matrices, las llamadas buenas graduaciones. Recordemos que una graduación en $M_n(k)$ es buena si todas las matrices elementales $e_{i,j}$ son elementos homogéneos, estas buenas graduaciones juegan un papel importante en el problema de clasificar todas las graduaciones.
En esta charla hablaremos de las buenas graduaciones en $M_n(\rho, k)$, en particular estudiaremos el anillo $M_n(\rho, k)$ dotado de una buena graduación es épsilon fuertemente graduado, exploraremos también la conexión con las álgebras de matrices de tipo finito y las álgebras de camino de Leavitt. Esta charla hace parte de trabajos en conjunto con los profesores, Patrik Lundström, Johan Öinert y Laura Orzoco.

Keywords and keyphrases— Epsilon-strongly graded rings.
Palabras y frases clave— anillos epsilon fuertemente graduados

---

APPLICATION OF MULTI-FREY-HELLEGOUARCH APPROACH TO SOLVE A DIOPHANTINE EQUATION

PRANABESH DAS

Universidad Xavier de Louisiana, New Orleans, EE.UU

pranabesh.math@gmail.com

Let $k \geq 1, n \geq 2$ be integers. A power sum is a sum of the form $x_1^k + x_2^k + \cdots + x_n^k$ where $x_1, x_2, \ldots, x_n$ are all integers. Perfect powers appearing in power sums have been well studied and are an active field of research. In this talk, we consider the Diophantine equation

$$(x-r)^5 + x^5 + (x+r)^5 = y^n, n \geq 2$$

where $r, x, y \in \mathbb{Z}$ and r is composed of certain fixed primes. For each, fixed integer tuples (n, r), the above curve is a superelliptic curve of genus greater than 1. We determine all the integral points on the infinite family of curves as an application of modularity using the "Multi-Frey-Hellegouarch method".

We explain why the method "Multi-Frey-Hellegouarch" is essential here and also elaborate the limitation of Frey approach.
This talk is based on a joint work with Dey, Koutsianas, and Tzanakis and is aimed for general audience.

Keywords and keyphrases— Diophantine equation, Galois representation, Frey curve, modularity.

Palabras y frases clave— Ecuaciones diofántinas, representaciones de Galois, curvas de Frey, modularidad.

CONJUNTOS SIDON:ALGUNOS DE MIS PROBLEMAS FAVORITOS

CARLOS ALBERTO TRUJILLO SOLARTE

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

trujillo@unicauca.edu.co

Un conjunto de enteros A es un conjunto Sidon si todas las sumas de dos elementos de A son distintas. El problema finito de Sidon consiste en determinar el máximo número de enteros positivos que puede tener un conjunto Sidon escogido de entre los primeros n enteros positivos. Después del trabajo de Erdös, Turán, Singer, Bose, Lindström, Ruzsa, Cilleruelo y otros, hoy sabemos que tal máximo se comporta asintóticamente como $n^{1/2}$. El concepto ha sido generalizado y extendido a varios contextos, permitiendo repeticiones y a más de dos sumandos.
En esta conferencia presentamos algunos problemas abiertos sobre conjuntos Sidon y sus generalizaciones, estos problemas corresponden a una selección personal que son producto de nuestra experiencia, obtenida por algunos integrantes del grupo de investigación ALTENUA, a través de más de veinte años de trabajo cooperado durante la ejecución de proyectos de investigación, la dirección de tesis de postgrado, y algunas publicaciones producto de tal experiencia.

Keywords and keyphrases— Sidon sets, generalizations, maximum size.

Palabras y frases clave— Conjuntos Sidon, generalizaciones, tamaño máximo.

TESELACIONES COLOREADAS SOBRE GRILLAS Y GRAFOS

JOSÉ L. RAMÍREZ, DIEGO VILLAMIZAR

Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia

jlramirezr@unal.edu.co
diego.villamizarr@usa.edu.co

En esta conferencia abordaremos el problema de dividir una grilla de tamaño $m \times n$ mediante regiones poligonales (poliminós), las cuales se pueden pintar con k colores diferentes. Para un valor fijo de m, mostraremos que el problema se puede atacar de manera simbólica mediante funciones generatrices bivariadas. En particular, mostraremos de manera explícita el número de teselaciones coloreadas sobre grillas de tamaño $m \times n$ para $m = 2, 3$. También mostraremos el caso de grillas hexagonales. Con estos resultados podemos deducir el valor esperado y la varianza del número de poliminós. Algunos de estos resultados fueron descubiertos mediante simulaciones de Monte Carlo.

Keywords and keyphrases— Tesellations, generating funtions.
Palabras y frases clave— Teselaciones, funciones generatrices.

FIBRACIONES ELÍPTICAS EN SUPERFICIES K3 QUE ADMITEN UNA INVOLUCIÓN ESTRICTAMENTE ELÍPTICA.

SERGIO TRONCOSO

Universidad Federico Santa María, Valparaíso, Chile

sergio.troncosoi@usm.cl

Las superficies $K3$ son un objeto importante de estudio en geometría algebraica. El ejemplo más sencillo de $K3$ son las superficies cuárticas en el espacio proyectivo $P3$. Si bien existen extensos trabajos que estudian a las superficies $K3$, aún hay muchas preguntas interesantes que atraen a los geómetras. En particular, aquí nos preocupamos de las fibraciones elípticas en superficies $K3$.

Las supercicies $K3$ están caracterizadas por ser aquellas con divisor canónico trivial e irregularidad cero, por lo que en algún sentido son la generalización de las curvas elípticas. En esta charla abordaremos la clasificación de fibraciones elípticas $X \to \mathbb{P}^1$ de superficies elípticas K3, X, que admiten una involución no simpléctica ι, (es decir $\iota * (\omega) = -\omega$), que fija solo una curva Cg de género $g \geq 2$. Este tipo de involuciones son llamadas estrictamente elípticas. El cociente $X/\iota = Z$ es una superficie racional suave. En nuestro caso de interés, la superficie cociente es una superficie Del Pezzo. Utilizando la caracterización de los fibrados cónicos en las superficies Del Pezzo describiremos las fibraciones elípticas en los pares (X, ι). Además, mostraremos el tipo de fibras elípticas singulares son admisibles de manera teórica y cuales son realizables de manera concreta.
Este trabajo es inspirado por el trabajo realizado por las profesoras Alice Garbagnati y Cecilia Salgado y la clasificación de superfices log Del Pezzo realizado por Valery Alexeev y Viacheslav V. Nikulin. Trabajo en colaboración con Paola Comparin (Universidad de la Frontera), Pedro Montero (Universidad Federico Santa María), y Yulieth Prieto Montañez (ICTP, Trieste).

Keywords and keyphrases— $K3$ surfaces,Del Pezzo surfaces.

Palabras y frases clave— Superficies $K3$, superficies Del Pezzo.

UNA INTRODUCCIÓN A ÁLGEBRAS DE CONGLOMERADO Y SU RELACIÓN CON LA COMBINATORIA Y LA TOPOLOGÍA

YADIRA VALDIVIESO

Universidad de las Américas Puebla, Puebla, México

yadira.valdivieso@udlap.mx

Las álgebras de conglomerado son objetos matemáticos recientemente definidas con el fin de estudiar cierto tipo de bases. Sin embargo, desde su introducción se ha observado que hay más de una manera de estudiarlas y que existen varias conexiones con otras áreas de la matemática y física. En esta plática además de dar una introducción a este tipo de estructuras, también mostraremos su relación con la combinatoria y la topología.

Keywords and keyphrases— Quiver representations, cluster categories.

Palabras y frases clave— Representaciones de quivers, categorias de cluster.

FROM NETWORK CODES VIA RANK METRIC CODES TO QUASIFIELDS

WOLFGANG WILLEMS

Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburgo, Alemania

willems@ovgu.de

Around twenty years ago Ahlswede, Cai, Li and Yeung proposed a new method for the data transfer in a network, like the internet, which resulted in a substantial gain of the information flow. To correct errors in a classical system one usually uses code words which are vectors of a fixed finite dimensional vector space endowed with the Hamming metric. In the new system, denoted by network coding, the code words are subspaces of a fixed finite dimensional vector space. A bunch of such subspaces endowed with the subspace metric is called a network code.

The talk introduces into the mathematical theory of such codes. In particular, we demonstrate how to construct "good network codes", i.e., codes which can correct many errors, via a space of matrices endowed with the rank metric. Here, of particular interest are MRD codes, i.e., codes which attain the Singleton bound.

A minimal MRD code $\mathcal{C}$ in the space of square matrices satisfies $det(A-B) \neq 0$ *for all* $A \neq B \in \mathcal{C}$. It turns out that such a code is nothing else than a finite quasifield, semifield or division algebra depending on the algebraic structure of $\mathcal{C}$. These structures, which are very close to the structure of a finite fields, also play a crucial role in finite geometry. In general, MRD codes are rather complicated, and not much has been understood so far. Many interesting problems are still open and require further research.

Keywords and keyphrases— Network codes, rank metric codes.

Palabras y frases clave— Códigos de redes, rango de codigos métricos.

ON THE DERIVED CATEGORY OF CONTINUOUS REPRESENTATIONS OVER $\mathbb{R}$ AND ITS APPLICATIONS TO TOPOLOGICAL DATA ANALYSIS

JOSÉ A. VÉLEZ-MARULANDA

Valdosta State University, Georgia, EE.UU

javelezmarulanda@valdosta.edu

In this talk we extend the study on the bounded derived category ofpersistence modules over $\mathbb{A}_n$ to the bounded derived category of continuous representations over $\mathbb{R}$, which we denote by $\mathcal{D}^b(\mathcal{A}_\mathbb{R})$. In particular, wepresent a continuous version of the derived interleaving distance and of thederived bottleneck distance as well as define a derived version of the persistence landscapes. Moreover, we provide a continuous version of the Isometry Theorem for $\mathcal{D}^b(\mathcal{A}_\mathbb{R})$.

Keywords and keyphrases— Derived categories, continuous representations, bottleneck distance.

Palabras y frases clave— Categorias derivadas, representaciones continuas, distancia de cuello de botella.