



REVISTA DE  
CIENCIAS

ISSN 2248-4000

# MEMORIAS DEL ENCUENTRO ALTENCOA9-2023

NOV 27 A DIC 1 DE 2023



**ALTEUA**

Grupo de Álgebra, Teoría  
de Números y Aplicaciones

ERI

Créditos de fotografía: Juan Esteban Murillo Zapata  
Título: ¡Hasta que la polarización nos separe!



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE  
CALI, COLOMBIA

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	3
2. COMITÉS.....	3
2.1. COMITÉ ORGANIZADOR.....	3
2.2. COMITÉ CIENTÍFICO .....	3
3. PROFESORES INVITADOS.....	4
4. CONFERENCIAS PLENARIAS.....	5
5. CURSILLOS .....	13
6. PONENCIAS .....	17
6.1. ÁLGEBRA.....	17
6.2. TEORÍA DE NÚMEROS .....	31
6.3. COMBINATORIA .....	43
6.4. APLICACIONES .....	49
6.5. GEOMETRÍA ALGEBRAICA.....	57
7. POSTERS.....	61

# MEMORIAS DEL ENCUENTRO ALTENCOA9-2023 NOV 27 A DIC 1 DE 2023

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE  
CALI, COLOMBIA

## 1. INTRODUCCIÓN

Los encuentros ALTENCOA son eventos bienales organizados por el grupo de investigación “Álgebra, Teoría de Números y Aplicaciones, ERM: ALTENUA”, reconocido por Minciencias como un grupo de investigación en la categoría A1, y conformado por profesores y estudiantes de las universidades de Antioquia, Cauca, Nariño y Valle. Este encuentro pretende ser una oportunidad para intercambiar conocimientos y reunir a expertos y estudiantes, con el ánimo de fomentar la investigación matemáticas en el país y promover la difusión de la ciencia.

En ALTENCOA9-2023 se presentaron cerca de 100 actividades académicas entre cursillos, plenarias, ponencias y posters en cada una de las áreas del encuentro.

## 2. COMITÉS

Los diferentes comités fueron conformados de la siguiente manera:

### 2.1. COMITÉ ORGANIZADOR.

- Carlos A. Gómez (Coordinador General, Universidad del Valle)
- Juan M. Velásquez (Universidad del Valle)
- Horacio Navarro (Universidad del Valle)
- Luz V. De La Pava (Universidad del Valle)
- Diana H. Bueno (Pontificia Universidad Javeriana)
- Andrés Benavides (Representante del grupo Altenua, Universidad de Nariño)
- Jhon J. Bravo. (Representante ALTENCOA8-2018, Universidad del Cauca)
- Alexander Holguín (Representante ALTENCOA7-2016, Universidad Industrial de Santander)

### 2.2. COMITÉ CIENTÍFICO.

#### • Álgebra.

Ciro Russo (Universidad Federal de Bahía, Brasil)  
Guillermo Ortiz (Universidad del Valle, Colombia)  
Hernán Giraldo (Universidad de Antioquia, Colombia)

#### • Teoría de números.

Florian Luca (University of the Witwatersrand, Sudáfrica)  
Enrique Treviño (Lake Forest College, EE.UU)  
Rigoberto Flórez (The Citadel, EE.UU)

#### • Combinatoria.

Carolina Benedetti (Universidad de los Andes, Colombia)  
Cesar Ceballos (Universidad Tecnológica de Graz, Austria)  
José Luis Ramírez (Universidad Nacional de Colombia)



- **Aplicaciones.**

Diego Napp (Universidad de Alicante, España)

Angélica Torres (Universidad de Barcelona, España)

Amalia Pizarro (Universidad de Valparaíso, Chile)

- **Geometría algebraica.**

Ricardo Toledano (Universidad Nacional del Litoral, Argentina)

Sergio Troncoso (Universidad Federico Santa María, Chile)

Alexander Quintero (Universidad Nacional de Colombia)

### 3. PROFESORES INVITADOS

- Bernhard Amberg, Institut für Mathematik, Johannes Gutenberg-Universität, Alemania.
- Edson Riveiro Alvares, Universidad Federal do Paraná, Brasil.
- Yadira Baldivieso, Universidad de las Américas Puebla, México.
- Héctor Pinedo, Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- José Andrés Vélez, Valdosta State University, EE.UU.
- Victor Moll, Tulane University, EE.UU.
- Mario Huicochea, Universidad Autónoma de Zacatecas, México.
- Pranabesh Das, Xavier University of Louisiana, EE.UU.
- Guillermo Mantilla, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- Carlos Alberto Trujillo, Universidad del Cauca, Colombia.
- Amanda Montejano, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- José Luis Ramírez, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- Javier de la Cruz, Universidad del Norte, Colombia.
- Wolfgang Willems, Universidad de Magdeburg, Alemania.
- Cecilia Salgado, University of Groningen, Holanda.
- Álvaro Garzón, Universidad del Valle, Colombia.
- Sergio Troncoso, Universidad Federico Santa María, Chile.

## 4. CONFERENCIAS PLENARIAS

### GROUPS WHICH ARE THE PRODUCT OF TWO SUBGROUPS

BERNHARD AMBERG

*Johannes-Gutenberg University, Mainz, Alemania*

amberg@uni-mainz.de

A group  $G$  is called factorized, if  $G = AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$  is the product of two subgroups  $A$  and  $B$  of  $G$ . What can be said about the structure of  $G$  if the structures of the two subgroups  $A$  and  $B$  are known. A famous result says that if  $A$  and  $B$  are abelian, the group  $G$  is metabelian, i.e. it contains an abelian normal subgroup  $N$  such that the factor group  $G/N$  is also abelian. We will discuss some generalizations of this theorem. In the theory of factorized groups triply factorized groups of the form  $G = AB = AM = BM$ , where  $M$  is a normal subgroup of  $G$  such that  $A \cap B = A \cap M = B \cap M = 1$ , often play a decisive role. We will show how groups with these properties can be constructed using results from ring theory, especially about radical rings.

**Keywords and keyphrases**— Theory of factorized groups, metabelian groups

**Palabras y frases clave**— Factorización de grupos, grupos metabelianos.

---

### MORDELL-WEIL RANK JUMPS ON FAMILIES OF ELLIPTIC CURVES

CECILIA SALGADO

*University of Groningen, Holanda*

c.salgado@rug.nl

We will discuss recent developments around the variation of the Mordell-Weil rank in 1-dimensional families of elliptic curves, by studying them in the guise of elliptic algebraic surfaces. In particular, we will cover recent progress on rational and K3 surfaces, and discuss directions for surfaces of Kodaira dimension 1.

**Keywords and keyphrases**— Elliptic curves, Mordell-Weil rank.

**Palabras y frases clave**— Curvas elípticas, rango de Mordell-Weil.

---

# UN RECORRIDO POR LA TEORÍA DE NÚMEROS CONTEMPORÁNEA: L-FUNCIONES, REPRESENTACIONES DE GALOIS Y EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

GUILLERMO MANTILLA-SOLER

*Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia*

gmantillas@unal.edu.co

La reciprocidad cuadrática de Gauss, el teorema de progresiones aritméticas de Dirichlet, el teorema de Kronecker - Weber, la conjetura de Birch y Swinnerton -Dyer y la prueba del último teorema de Fermat por Wiles y compañía son todos ejemplos del profundo impacto que tienen las representaciones de Galois en la teoría de números contemporánea. El desarrollo de la teoría de cuerpos de clase en el siglo XX no es otra cosa que el estudio 1-dimensional de tales representaciones, y los resultados en esta área no son otra cosa que el caso  $n = 1$  del programa de Langlands. En esta charla presentaré algunos de los resultados mencionados arriba y explicaré cómo las representaciones de Galois son un terreno común para todos ellos.

**Keywords and keyphrases**— Galois representations, Fermat's last theorem.

**Palabras y frases clave**— Representaciones de Galois, último teorema de Fermat.

---

# BUENAS GRADUACIONES EN ÁLGEBRAS DE MATRICES ESTRUCTURALES

HÉCTOR PINEDO TAPIA

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

hpinedot@uis.edu.co

Un problema abierto en álgebra formulado por E. Zelmanov, es el de obtener la clasificación de todas las  $G$ -graduaciones en el álgebra de matrices

$M_n(k)$ , donde  $k$  es un cuerpo, esto es, describir bajo isomorfismo todas las descomposiciones en  $k$ -subespacios vectoriales  $M_n(k) = \bigoplus_{g \in G} M_n(k)_g$  tal que para todo  $g, h \in G$  la inclusión  $M_n(k)_g M_n(k)_h \subseteq M_n(k)_{gh}$  es válida.

Este problema ha atraído mucha atención y ha sido resuelto en algunos casos particulares para cuerpos  $k$  y grupos  $G$ . En esta charla vamos a restringirnos a una clase particular de graduación en anillos de matrices, las llamadas buenas graduaciones. Recordemos que una graduación en  $M_n(k)$  es buena si todas las matrices elementales  $e_{i,j}$  son elementos homogéneos, estas buenas graduaciones juegan un papel importante en el problema de clasificar todas las graduaciones.

En esta charla hablaremos de las buenas graduaciones en  $M_n(\rho, k)$ , en particular estudiaremos el anillo  $M_n(\rho, k)$  dotado de una buena graduación es  $\epsilon$ -fuertemente graduado, exploraremos también la conexión con las álgebras de matrices de tipo finito y las álgebras de camino de Leavitt. Esta charla hace parte de trabajos en conjunto con los profesores, Patrik Lundström, Johan Öinert y Laura Orzoco.

**Keywords and keyphrases**— Epsilon-strongly graded rings.

**Palabras y frases clave**— anillos epsilon fuertemente graduados

## APPLICATION OF MULTI-FREY-HELLEGOUARCH APPROACH TO SOLVE A DIOPHANTINE EQUATION

PRANABESH DAS

*Universidad Xavier de Louisiana, New Orleans, EE.UU*

pranabesh.math@gmail.com

Let  $k \geq 1, n \geq 2$  be integers. A power sum is a sum of the form  $x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$  where  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are all integers. Perfect powers appearing in power sums have been well studied and are an active field of research. In this talk, we consider the Diophantine equation

$$(x - r)^5 + x^5 + (x + r)^5 = y^n, n \geq 2$$

where  $r, x, y \in \mathbb{Z}$  and  $r$  is composed of certain fixed primes. For each, fixed integer tuples  $(n, r)$ , the above curve is a superelliptic curve of genus greater than 1. We determine all the integral points on the infinite family of curves as an application of modularity using the “Multi-Frey-Hellegouarch method”.

We explain why the method “Multi-Frey-Hellegouarch” is essential here and also elaborate the limitation of Frey approach.

This talk is based on a joint work with Dey, Koutsianas, and Tzanakis and is aimed for general audience.

**Keywords and keyphrases**— Diophantine equation, Galois representation, Frey curve, modularity.

**Palabras y frases clave**— Ecuaciones diofántinas, representaciones de Galois, curvas de Frey, modularidad.

---

## CONJUNTOS SIDON: ALGUNOS DE MIS PROBLEMAS FAVORITOS

CARLOS ALBERTO TRUJILLO SOLARTE

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

trujillo@unicauca.edu.co

Un conjunto de enteros  $A$  es un conjunto Sidon si todas las sumas de dos elementos de  $A$  son distintas. El problema finito de Sidon consiste en determinar el máximo número de enteros positivos que puede tener un conjunto Sidon escogido de entre los primeros  $n$  enteros positivos. Después del trabajo de Erdős, Turán, Singer, Bose, Lindström, Ruzsa, Cilleruelo y otros, hoy sabemos que tal máximo se comporta asintóticamente como  $n^{1/2}$ . El concepto ha sido generalizado y extendido a varios contextos, permitiendo repeticiones y a más de dos sumandos.

En esta conferencia presentamos algunos problemas abiertos sobre conjuntos Sidon y sus generalizaciones, estos problemas corresponden a una selección personal que son producto de nuestra experiencia, obtenida por algunos integrantes del grupo de investigación ALTENUA, a través de más de veinte años de trabajo cooperado durante la ejecución de proyectos de investigación, la dirección de tesis de postgrado, y algunas publicaciones producto de tal experiencia.

**Keywords and keyphrases**— Sidon sets, generalizations, maximum size.

**Palabras y frases clave**— Conjuntos Sidon, generalizaciones, tamaño máximo.



# TESELACIONES COLOREADAS SOBRE GRILLAS Y GRAFOS

JOSÉ L. RAMÍREZ, DIEGO VILLAMIZAR

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.*

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

`jlr Ramirezr@unal.edu.co`

`diego.villamizarr@usa.edu.co`

En esta conferencia abordaremos el problema de dividir una grilla de tamaño  $m \times n$  mediante regiones poligonales (poliminós), las cuales se pueden pintar con  $k$  colores diferentes. Para un valor fijo de  $m$ , mostraremos que el problema se puede atacar de manera simbólica mediante funciones generatrices bivariadas. En particular, mostraremos de manera explícita el número de teselaciones coloreadas sobre grillas de tamaño  $m \times n$  para  $m = 2, 3$ . También mostraremos el caso de grillas hexagonales. Con estos resultados podemos deducir el valor esperado y la varianza del número de poliminós. Algunos de estos resultados fueron descubiertos mediante simulaciones de Monte Carlo.

*Keywords and keyphrases*— Tesellations, generating funtions.

*Palabras y frases clave*— Teselaciones, funciones generatrices.

---

# FIBRACIONES ELÍPTICAS EN SUPERFICIES $K3$ QUE ADMITEN UNA INVOLUCIÓN ESTRUCTIVAMENTE ELÍPTICA.

SERGIO TRONCOSO

*Universidad Federico Santa María, Valparaíso, Chile*

`sergio.troncosoi@usm.cl`

Las superficies  $K3$  son un objeto importante de estudio en geometría algebraica. El ejemplo más sencillo de  $K3$  son las superficies cuárticas en el espacio proyectivo  $P^3$ . Si bien existen extensos trabajos que estudian a las superficies  $K3$ , aún hay muchas preguntas interesantes que atraen a los géometras. En particular, aquí nos preocupamos de las fibraciones elípticas en superficies  $K3$ .

Las superficies  $K3$  están caracterizadas por ser aquellas con divisor canónico trivial e irregularidad cero, por lo que en algún sentido son la generalización de las curvas elípticas. En esta charla abordaremos la clasificación de fibraciones elípticas  $X \rightarrow \mathbb{P}^1$  de superficies elípticas  $K3$ ,  $X$ , que admiten una involución no simpléctica  $\iota$ , (es decir  $\iota^*(\omega) = -\omega$ ), que fija solo una curva  $C_g$  de género  $g \geq 2$ . Este tipo de involuciones son llamadas estrictamente elípticas. El cociente  $X/\iota = Z$  es una superficie racional suave. En nuestro caso de interés, la superficie cociente es una superficie Del Pezzo. Utilizando la caracterización de los fibrados cónicos en las superficies Del Pezzo describiremos las fibraciones elípticas en los pares  $(X, \iota)$ . Además, mostraremos el tipo de fibras elípticas singulares son admisibles de manera teórica y cuales son realizables de manera concreta.

Este trabajo es inspirado por el trabajo realizado por las profesoras Alice Garbagnati y Cecilia Salgado y la clasificación de superficies log Del Pezzo realizado por Valery Alexeev y Viacheslav V. Nikulin. Trabajo en colaboración con Paola Comparin (Universidad de la Frontera), Pedro Montero (Universidad Federico Santa María), y Yulieth Prieto Montañez (ICTP, Trieste).

**Keywords and keyphrases**—  $K3$  surfaces, Del Pezzo surfaces.

**Palabras y frases clave**— Superficies  $K3$ , superficies Del Pezzo.

## UNA INTRODUCCIÓN A ÁLGEBRAS DE CONGLOMERADO Y SU RELACIÓN CON LA COMBINATORIA Y LA TOPOLOGÍA

YADIRA VALDIVIESO

*Universidad de las Américas Puebla, Puebla, México*

yadira.valdivieso@udlap.mx

Las álgebras de conglomerado son objetos matemáticos recientemente definidas con el fin de estudiar cierto tipo de bases. Sin embargo, desde su introducción se ha observado que hay más de una manera de estudiarlas y que existen varias conexiones con otras áreas de la matemática y física. En esta plática además de dar una introducción a este tipo de estructuras, también mostraremos su relación con la combinatoria y la topología.

**Keywords and keyphrases**— Quiver representations, cluster categories.

**Palabras y frases clave**— Representaciones de quivers, categorías de cluster.

---

# FROM NETWORK CODES VIA RANK METRIC CODES TO QUASIFIELDS

WOLFGANG WILLEMS

*Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburgo, Alemania*

willems@ovgu.de

Around twenty years ago Ahlswede, Cai, Li and Yeung proposed a new method for the data transfer in a network, like the internet, which resulted in a substantial gain of the information flow. To correct errors in a classical system one usually uses code words which are vectors of a fixed finite dimensional vector space endowed with the Hamming metric. In the new system, denoted by network coding, the code words are subspaces of a fixed finite dimensional vector space. A bunch of such subspaces endowed with the subspace metric is called a network code.

The talk introduces into the mathematical theory of such codes. In particular, we demonstrate how to construct “good network codes”, i.e., codes which can correct many errors, via a space of matrices endowed with the rank metric. Here, of particular interest are MRD codes, i.e., codes which attain the Singleton bound.

A minimal MRD code  $\mathcal{C}$  in the space of square matrices satisfies  $\det(A - B) \neq 0$  for all  $A \neq B \in \mathcal{C}$ . It turns out that such a code is nothing else than a finite quasifield, semifield or division algebra depending on the algebraic structure of  $\mathcal{C}$ . These structures, which are very close to the structure of a finite fields, also play a crucial role in finite geometry. In general, MRD codes are rather complicated, and not much has been understood so far. Many interesting problems are still open and require further research.

**Keywords and keyphrases**— Network codes, rank metric codes.

**Palabras y frases clave**— Códigos de redes, rango de códigos métricos.

---

# ON THE DERIVED CATEGORY OF CONTINUOUS REPRESENTATIONS OVER $\mathbb{R}$ AND ITS APPLICATIONS TO TOPOLOGICAL DATA ANALYSIS

JOSÉ A. VÉLEZ-MARULANDA

*Valdosta State University, Georgia, EE.UU*

`javelezmarulanda@valdosta.edu`

In this talk we extend the study on the bounded derived category of persistence modules over  $\mathbb{A}_n$  to the bounded derived category of continuous representations over  $\mathbb{R}$ , which we denote by  $\mathcal{D}^b(\mathcal{A}_{\mathbb{R}})$ . In particular, we present a continuous version of the derived interleaving distance and of the derived bottleneck distance as well as define a derived version of the persistence landscapes. Moreover, we provide a continuous version of the Isometry Theorem for  $\mathcal{D}^b(\mathcal{A}_{\mathbb{R}})$ .

***Keywords and keyphrases***— Derived categories, continuous representations, bottleneck distance.

***Palabras y frases clave***— Categorías derivadas, representaciones continuas, distancia de cuello de botella.

## 5. CURSILLOS

---

### NÚMEROS DE SIDON-RAMSEY

AMANDA MONTEJANO CANTORAL

*Universidad Nacional Autónoma de México, Juriquilla, México*

`amandamontejano@ciencias.unam.mx`

La Teoría de Números Combinatoria es un área de las Matemáticas en la cual utilizamos ideas de la Combinatoria para entender mejor a los números enteros u otras estructuras numéricas. En este curso presentaremos la versión Ramsey del problema de los números de Sidon.

Un conjunto de Sidon es un conjunto de números enteros en el cual todas las sumas de dos elementos son diferentes (se les llama conjuntos de Sidon en honor al matemático húngaro Simon Sidon, quien introdujo este concepto en sus investigaciones sobre series de Fourier). El problema principal en el estudio de estos interesantes conjuntos, es encontrar la cardinalidad máxima que puede tener un conjunto de Sidon en el intervalo  $[1, n]$ . En el curso, explicaremos cómo es la versión Ramsey de este problema en diferentes contextos.

**Keywords and keyphrases**— Sidon sets, Ramsey theory.

**Palabras y frases clave**— Conjuntos de Sidon, teoría de Ramsey.

---

### LA EVALUACIÓN DE INTEGRALES

VICTOR H. MOLL

*Tulane University, Nueva Orleans, EE.UU*

`vhm@tulane.edu`

Uno de los problemas básicos de Cálculo es el siguiente: dada una función  $f(x)$  y un par de números reales (extendidos  $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ ), evaluar la integral  $I(f; a, b) := \int_a^b f(x)dx$ . En cursos básicos el estudiante aprende una serie de métodos para resolver este problema, pero es claro

que falta un método sistemático para la solución. En vista de esto, la comunidad científica ha creado documentos, primero en papel y luego en forma electrónica, con lista de evaluaciones de integrales. El cursillo presentará una variedad de ejemplos donde la búsqueda de estas evaluaciones produjo problemas matemáticos interesantes. Estos ejemplos incluyen la fórmula de Wallis para la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^{m+1}},$$

un ejemplo de grado mayor

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^4 + 2ax^2 + 1)^{m+1}}$$

que dió origen a una nueva familia de polinomios con propiedades interesantes y finalmente un problema de grado seis

$$\int_0^{\infty} \frac{(cx^4 + dx^2 + e)}{(x^6 + ax^4 + bx^2 + 1)^{m+1}} dx$$

que corresponde a la versión racional de las formulas de Landen para integrales elípticas. Este último ejemplo produjo un sistema dinámico donde hay más preguntas que respuestas.

**Keywords and keyphrases**— Integral calculus, related problems.

**Palabras y frases clave**— Cálculos de integrales, problemas relacionados.

## (A VECES) RESTRINGIR NO ES TAN MALO

MARIO HUICOCHEA

CONACyT-UAZ, Zacatecas, México

dym@cimat.mx

Los conjuntos suma son uno de los principales objetos en la Teoría Aditiva de Números. Sin embargo, hay problemas que requieren una mayor flexibilidad que nos impulsa a no considerar la suma de todos los pares en un producto cartesiano sino solamente un subconjunto de este. El propósito de este cursillo es dar una breve introducción al universo de las sumas restringidas: desde su historia, pasando por algunas áreas de las que se nutren, hasta algunas aplicaciones en diversos campos de las Matemáticas.

**Keywords and keyphrases**— Sumsets, restrictions, applications.

**Palabras y frases clave**— Conjuntos suma, restricciones, aplicaciones.

---

## CURSO INTRODUCTORIO A LA TEORÍA ALGEBRAICA DE CÓDIGOS

JAVIER DE LA CRUZ

*Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia*

`jdelacruz@uninorte.edu.co`

En este cursillo presentaremos una breve introducción a la teoría algebraica de códigos, partiendo de conceptos básicos sobre código lineales y el estudio de algunas de sus familias más importantes tales como los códigos de Hamming, los códigos cíclicos, los códigos autoduales, los códigos de Reed–Solomon y los códigos de Reed–Muller. Posteriormente, presentaremos los códigos de grupo como una generalización del concepto de grupo cíclico y abordaremos algunas de sus propiedades fundamentales y algunas de sus familias como lo son los códigos de grupo LCD. Para finalizar, estudiaremos el concepto de códigos de grupo torcidos como generalización de código de grupo, usando un 2-cociclo del grupo asociado.

**Keywords and keyphrases**— Linear codes, group codes.

**Palabras y frases clave**— Códigos lineales, códigos de grupo.

---

## ÁLGEBRA CONMUTATIVA; UN PUENTE HACIA LA GEOMETRÍA ALGEBRAICA

ÁLVARO GARZÓN

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

`alvaro.garzon@correounivalle.edu.co`

Este cursillo pretende establecer la conexión entre el Álgebra Conmutativa y la Geometría Algebraica a través del estudio del espectro primo de un cierto anillo asociado a un subconjunto de puntos del espacio  $k^n$  ( $k$  un cuerpo algebraicamente cerrado). Nuestro enfoque está dirigido a interpretar algunas propiedades de objetos geométricos, asociando a estos bien sean anillos, ideales o funciones que permitan “ver” propiedades geométricas desde el punto de vista algebraico. El curso está dirigido a estudiantes de pregrado

con una formación básica en estructuras algebraicas, anillo, ideales y sus propiedades, ideales primos y maximales, anillo cociente y extensiones de cuerpos entre otras.

**Keywords and keyphrases**— Prime ideals, prime and maximal spectrum, algebraic manifold.

**Palabras y frases clave**— Ideales primos, especto primo y maximal, variedades algebraicas.

---

## ÁLGEBRAS DE DIMENSIÓN FINITA, TEOREMA DE GABRIEL Y SUS REPRESENTACIONES

EDSON RIBEIRO ALVARES

*Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil*

rolo1rolo@gmail.com

En este curso introductorio, hablaremos sobre álgebras de dimensión finita. Introduciremos lo mínimo necesario para hablar del Teorema de Gabriel, que establece que toda álgebra básica de dimensión finita y conexa sobre un cuerpo algebraicamente cerrado es el cociente de un álgebra de caminos por un ideal admisible. Finalmente, hablaremos sobre representaciones de álgebras de dimensión finita.

**Keywords and keyphrases**— Gabriel's theorem, finite-dimensional algebras, representations of Algebras.

**Palabras y frases clave**— Teorema de Gabriel, álgebras de dimensión finita, representaciones de álgebras.



## 6. PONENCIAS

### 6.1. ÁLGEBRA.

---

#### EL PROBLEMA DEL ESPECTRO PRIMO PARA $l$ -GRUPOS ABELIANOS Y MV-ÁLGEBRAS

ALEXÁNDER PÉREZ GUZMÁN

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

alexander.perez@correounivalle.edu.co

En esta ponencia se presentarán las condiciones que debe cumplir un espacio topológico para que sea homeomorfo al espectro primo de algún  $l$ -grupo abeliano así como al espectro primo de una MV-álgebra. El acercamiento a este problema tendrá como referente el trabajo, *The spectrum problem for abelian  $l$ -groups and MV-algebras*, de Lenzi y Di Nola.

**Keywords and keyphrases**— Spectrum problem, abelian  $l$ -groups, MV-algebras.

**Palabras y frases clave**— Problema del espectro,  $l$ -grupos abelianos, MV-álgebras.

---

#### DEDEKIND AND VALUATION SUPERRINGS

JOEL TORRES DEL VALLE

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

joel.torres@udea.edu.co

In this talk, we explore three distinct but interconnected topics in algebraic structures: factorization theory, Dedekind domains, and valuation theory in the context of superrings. These three areas of study offer insights into algebraic structures and open doors to new avenues of exploration within the realm of superrings and supergeometry. This talk aims to provide a foundation for further research in this exciting and relatively uncharted territory.

**Keywords and keyphrases**— Dedekind superrings, valuations on superrings, unique factorization superrings,  $\mathbb{Z}^2$ -graded supercommutative algebras.

**Palabras y frases clave**— Super anillos de Dedekind, valuaciones sobre superanillos, super anillos de factorización única, álgebras super conmutativas  $\mathbb{Z}^2$ -graduadas.

---

## NEW CONNECTIONS BETWEEN GRAPH AND FINITE GROUPS

ISMAEL GUTIÉRREZ GARCÍA

*Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia*

isgutier@uninorte.edu.co

Recent works reveal many different ways of associating a graph with a given finite group. The difference between one and others lies in the adjacency criteria used to relate two group elements constituting the set of vertices of such a graph.

**Keywords and keyphrases**— Symmetric groups, Minkowski distance, Kendall  $\tau$ -distance, graph.

**Palabras y frases clave**— Grupos simétricos, distancia de Minkowski, grafos.

---

## CONJETURAS SOBRE LOS VALORES MÚLTIPLES DE LA FUNCIÓN ZETA

Germán Combariza

*Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia*

germancombariza@javeriana.edu.co

Los valores múltiples de la función Zeta, MZV por sus siglas en inglés “Multiple Zeta Values”, forman un conjunto de números reales con estructura de álgebra sobre los números racionales. En esta charla se presentarán algunas de las conjeturas más importantes en el tema y cómo se aborda un problema tan difícil usando computadores.

**Keywords and keyphrases**— Zeta function, Shuffle’s algebra, Zagier’s conjecture, Lyndon words.

**Palabras y frases clave**— Función Zeta de Riemann, álgebras de shuffles, conjetura de Zagier, palabras Lyndon.

---

## RESOLVIENDO PROBLEMAS COMBINATORIOS CON TEORÍA DE GRUPOS. UNA APLICACIÓN DEL LEMA DE BURNSIDE

CAMILO ARANA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

dcaranah@unal.edu.co

In group theory, Burnside’s Lemma is a tool that relates to the orbits of an action of a group, as well as the set of points fixed by that action. It is this relationship that allows us to solve certain counting problems using algebraic tools. This presentation aims to show a purely algebraic methodology to address a specific counting problem, thus showing an application of this lemma. Counting problems often defy intuition and present various complexities. In this context, Burnside’s Lemma can be very beneficial, as it offers a different approach to these classical counting problems. The talk will provide a detailed exploration of Burnside’s Lemma, along with an application of it.

**Keywords and keyphrases**— Burnside’s Lemma, group theory, counting problems.

**Palabras y frases clave**— Teoría de grupos, Lema de Burnside, problemas de conteo.

---

## UNA MIRADA A LA TEORÍA DE RESULTANTES

DIEGO ARTURO NIÑO TORRES

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

dieaninotor@unal.edu.co

Los resultantes son objetos matemáticos muy importantes, estos aparecen siempre que se trate con ecuaciones no lineales (polinómicas), con formas no cuadráticas o con integrales no gaussianas. Siendo un tema de investigación de más de trescientos años, los resultantes, por supuesto, han sido ampliamente estudiados: se conocen muchas fórmulas explícitas, propiedades hermosas y relaciones intrigantes en este campo. En esta charla abordaremos su origen, algunas aplicaciones y describiremos ciertos horizontes de estudio que se han abierto. Finalmente presentaremos algunas primeras conclusiones con respecto a nuestra investigación en el marco de las álgebras cuadráticas.

**Keywords and keyphrases**— Discriminants, resultants, multidimensional determinants.

**Palabras y frases clave**— Discriminates, resultantes, determinantes multidimensionales.

---

## LÍMITES PROYECTIVOS $P$ -ÁDICOS

RUBÉN DARIO HERNANDEZ HURTADO

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

ruben.hernandezh@udea.edu.co

En esta charla hablaré sobre los límites proyectivos y sus propiedades en el caso de anillos y grupos topológicos con el fin de poder explicar en esencia su relación con los números  $p$ -ádicos. Se mostrarán teoremas que nos ayuden a caracterizar y ver las propiedades de los enteros  $p$ -ádicos y el solenoide  $p$ -ádico como límites proyectivos.

**Keywords and keyphrases**—  $p$ -adic analysis.

**Palabras y frases clave**— Límites proyectivos, números  $p$ -ádicos, estructura única.

---

## FUNCIÓN ZETA LOCAL DE IGUSA, FORMA RACIONAL USANDO EL POLIEDRO DE NEWTON

OMAR FELIPE OSORIO CORTES

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

omar2208105@correo.uis.edu.co

El poliedro de Newton es un objeto matemático asociado a los polinomios multivariados, este objeto matemático ha sido de bastante utilidad en distintas ramas de la matemática como lo son el álgebra, las ecuaciones diferenciales y la geometría. En esta charla se pretende dar a conocer un método que permitirá ver la función zeta local de Igusa como una función racional utilizando el poliedro de Newton.

La función zeta local de Igusa es una función de variable compleja que se define como una integral sobre el espacio  $n$  dimensional  $\mathbb{Q}_p$ .

**Keywords and keyphrases**— Igusa's local zeta function,  $p$ -adic numbers, Newton's polyhedron.

**Palabras y frases clave**— Función zeta local de Igusa, números  $p$ -ádicos, poliedro de Newton.

---

## MORPHISMS BETWEEN NONCOMMUTATIVE RINGS

MARÍA CAMILA RAMÍREZ CUBILLOS

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

macramirezcu@unal.edu.co

Motivated by the notions of homomorphism and cv-polynomial of Ore extensions over a division ring introduced by Lam and Leroy, in this talk we present the notion of homomorphism for noncommutative rings with some developments of their theory.

**Keywords and keyphrases**— Morphisms, noncommutative rings, Ore extensions, Weyl algebras.

**Palabras y frases clave**— Morfismos, anillos no conmutativos, extensiones de Ore, álgebras de Weyl.

---

## ELEMENTOS REGULARES EN LOS SEMIGRUPOS $L_{\mathbb{F}}(V)$ Y $M_n(\mathbb{F})$

JUAN CAMILO CAMACHO PARRA

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

juan2171210@correo.uis.edu.co

En esta charla comentaremos algunos resultados sobre los elementos regulares en dos semigrupos relevantes en álgebra lineal. El primero es el semigrupo de las matrices cuadradas bajo la multiplicación usual, el segundo es el semigrupo de las transformaciones lineales de un espacio vectorial  $V$  de dimensión arbitraria en sí mismo bajo la composición de funciones.

**Keywords and keyphrases**— linear transformations, Green relations, regular semigroups.

**Palabras y frases clave**— Transformaciones lineales, relaciones de Green, semigrupos regulares.

---

## CARACTERIZACIÓN TOPOLÓGICA DE LAS MV-ÁLGBRAS SEMISIMPLES

LUIS GERARDO LONDOÑO MILLAN

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

londono.luis@correounivalle.edu.co

En esta ponencia se presentará la caracterización topológica de las MV-álgebras semisimples 2-divisibles y las MV-álgebras semisimples, por medio de la topología filtro.

**Keywords and keyphrases**— MV-algebra,  $l$ -group, filter topologies.

**Palabras y frases clave**— MV-álgebra,  $l$ -grupo, topologías filtro.

---

## EL ANILLO DE ADELES FINITO SOBRE $\mathbb{Q}_p$

JULIÁN ANDRÉS GARNICA CRUZ

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

julian2228072@correo.uis.edu.co

En esta ponencia se tratarán los temas de números  $p$ -ádicos  $\mathbb{Q}_p$  y los adeles finitos  $\mathbb{A}_f$ , se mostrarán las propiedades más relevantes de cada conjunto y las respectivas comparaciones.

**Keywords and keyphrases**— Non-archimedean analysis, wave-type pseudodifferential equation, finite adeles.

**Palabras y frases clave**— Análisis no archimedeano, ecuación pseudodiferencial de tipo onda, adeles finito.

---

## IDENTIDADES POLINOMIALES PARA LA $n$ -ÉSIMA ÁLGEBRA DE WEYL $A_n$ .

CARLOS ARTURO RODRIGUEZ PALMA

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

carpal1878@gmail.com

Sea  $A$  una  $\mathbb{F}$ -álgebra asociativa y  $f = f(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{F}\langle X \rangle$ , donde  $\mathbb{F}\langle X \rangle$  es el álgebra asociativa libre en el conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots\}$  sobre un cuerpo  $\mathbb{F}$ . Decimos que  $f \equiv 0$  es una Identidad Polinomial para  $A$  si  $f(a_1, \dots, a_n) = 0$  para todo  $a_1, \dots, a_n \in A$ . El conjunto  $\text{Id}(A)$  de identidades polinomiales de  $A$  es un  $T$ -ideal de  $\mathbb{F}\langle X \rangle$ . Si  $\text{Id}(A) \neq \{0\}$ , entonces  $A$  se llama  $PI$ -álgebra. La  $n$ -ésima álgebra de Weyl  $A_n$  sobre  $\mathbb{F}$  es el álgebra generada por  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$  con la relación  $y_i x_j - x_j y_i = \delta_{ij}$ , donde  $\delta_{ij}$  es el delta de Kronecker. La  $n$ -ésima álgebra de Weyl tiene una representación como operadores diferenciales en  $\mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$ , donde  $x_i$  actúa por multiplicación y  $y_i$  por  $\frac{\partial}{\partial x_i}$ , de modo que  $\left[ \frac{\partial}{\partial x_i}, x_j \right] = \delta_{ij}$  es válido para todos los  $0 \leq i, j, \leq n$ . En esta charla presentamos algunos resultados sobre identidades polinomiales para  $A_n$ . En particular mostramos que si  $\mathbb{F}$  es un cuerpo de característica

cero entonces  $A_n$  no tiene identidades polinomiales; sin embargo, si  $\mathbb{F}$  es un cuerpo infinito de característica  $p > 0$ , entonces  $\text{Id}(A_n) = \text{Id}(M_p^n)$ .

**Keywords and keyphrases**— Weyl algebras, polynomial identity.

**Palabras y frases clave**— Álgebras de Weyl, identidades polinomiales.

---

## ACERCA DE ANILLOS Y ANILLOS DE GRUPO DÚOS, REVERSIBLES Y SIMÉTRICOS

ALEXANDER HOLGUÍN-VILLA

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

aholguin@uis.edu.co

Sea  $RG$  el anillo de grupo del grupo de torsión  $G$  sobre el anillo conmutativo  $R$  con  $1_R = 1$ . En esta charla presentamos demostraciones de algunas afirmaciones que aparecen sin ser probadas en la literatura y establecemos algunas implicaciones válidas entre las condiciones anillo-teóricas dúo, reversible, propiedad SI y simétrico en el contexto de los anillos de grupo  $RG$ .

**Keywords and keyphrases**— Duo group rings, Reversible group rings, symmetric rings.

**Palabras y frases clave**— Anillos de grupo duo, anillos de grupo reversibles, anillos simétricos.

---

## MV-ÁLGEBRAS LCC EN LA EXTENSIÓN DE LA DUALIDAD DE STONE A TOPOLOGÍAS FUZZY Y MV-TOPOLOGÍAS

ALEJANDRO DÍAZ LLANO

*Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*

alejodiaz-527@utp.edu.co

En este trabajo se presenta una descripción de la extensión de la Dualidad de Stone a fuzzy topologías y MV-álgebras. Se consideran ejemplos de MV-álgebras semisimples conocidas como MV-cadenas, MV-álgebras libres, MV-álgebras de Lukasiewicz y productos de estas. En particular, con



estos ejemplos se ilustran las nociones de cuts, limit cuts y MV-álgebras semisimples limit cut complete.

**Keywords and keyphrases**— MV-topologies, Stone duality, fuzzy topologies.

**Palabras y frases clave**— MV-topologías, dualidad de Stone, topologías fuzzy.

---

## REPRESENTACIONES Y PROPIEDADES DEL GRUPO $F$ DE THOMPSON

DANIEL CLEMENTE, ADRIAN CAMILO

*Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia*

adrian.cepada01@uptc.edu.co

Los grupos de Thompson, los cuales son  $F, T$  y  $V$ , tales que  $F \subseteq T \subseteq V$ , fueron introducidos por Richard Thompson en 1995, a través de notas manuscritas no publicadas. Estas notas tenían como objetivo explorar la posibilidad de proporcionar un contraejemplo de la conjetura de Von Neumann en el contexto de la teoría de grupos. En la siguiente charla nos enfocaremos en el grupo  $F$ ; dado que ha sido el más estudiado. Este es un grupo que admite una representación finita e infinita, así mismo daremos la definición de homomorfismos lineales en el intervalo  $[0, 1]$ . Ya con estas dos herramientas podremos explicar las distintas representaciones que admite el grupo  $F$  de Thompson. De igual manera se dará algunas características de este grupo, tales como sus propiedades métricas, y su abelianización.

**Keywords and keyphrases**— Thompson's groups, finite representation groups, linear homeomorphisms.

**Palabras y frases clave**— Grupos de Thompson, Grupos de representación finita, Homeomorfismos lineales.

---

## PARTIAL DIFFERENCE SETS FROM UNIFORM STANDARD CYCLOTOMY ON A PRODUCT OF TWO EQUAL FINITE FIELDS

JUAN MANUEL MONTOYA CÁRDENAS

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

`juan.montoya.cardenas@correounivalle.edu.co`

In the article “cyclotomy over products of finite fields and combinatorial applications” by G.A. Fernández Alcober, R. Kwashira and L. Martínez, it is introduced a new type of cyclotomy in products of finite fields, which they called standard cyclotomy, and used it to obtain partial difference sets, divisible difference sets, relative difference sets, and three-class association schemes. We will use a particular case of this cyclotomy to link the uniform standard cyclotomy over products of two equal finite fields with the partial spread constructions of partial difference sets and analyze some of their automorphism groups, and we will show that they are larger than the ones obtained when a randomly chosen partial spread is taken, and so the use of this uniform standard cyclotomy produces partial difference sets that are more symmetric than the ones obtained when a random partial spread is used.

**Keywords and keyphrases**— Cyclotomy, partial difference sets, strongly regular graphs.

**Palabras y frases clave**— Ciclotomía, conjuntos de diferencia parcial, grafos fuertemente regulares.

---

## FACTORES IRREDUCIBLES EN LOS POLINOMIOS DE CHEBYSHEV

MARIBEL DÍAZ NOGUERA, MARTHA ROMERO ROJAS

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

`mddiaz@unicauca.edu.co`

`mjromero@unicauca.edu.co`

Sea  $T_n(x)$  el polinomio de Chebyshev, de primer tipo, de grado  $n$ . Este polinomio pertenece a la familia de polinomios generalizados de tipo Lucas, esto es su fórmula de Binet tiene estructura similar a la de los números de Lucas. Se conoce, que para ciertos valores de  $n$ , estos polinomios son irreducibles y para otros valores sus factores irreducibles se pueden identificar completamente. Por ejemplo, si  $n = 2^k$  el polinomio  $T_n(x)$  es irreducible y si  $p$  es primo  $T_p(x)/x$  es irreducible. En esta charla presentaremos algunos

resultados sobre la factorización de estos polinomios como producto de polinomios irreducibles sobre  $\mathbb{Z}$ . Además, se presentarán algunas propiedades aritméticas y algebraicas de  $T_n(x)$  que se deducen de su factorización.

**Keywords and keyphrases**— Linear recurrence sequence, characterization of Chebyshev numbers.

**Palabras y frases clave**— Sucesión recurrente lineal, caracterización de números de Chebyshev.

---

## EL GRAFO DIVISOR DE CERO DE ANILLOS CONMUTATIVOS

TANIA CAROLINA CALVACHE ROSERO

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

calvachetania16@gmail.com

En esta charla se analizan los principales resultados del artículo “The zero-divisor graph of a commutative ring” de los autores David F. Anderson y Philip S. Livingston. Se estudian propiedades y características del grafo divisor de cero de anillos conmutativos  $R$  con identidad denotado con  $\Gamma(R)$ . Inicialmente, se especifica cuándo un grafo de un anillo finito conmutativo se puede realizar como  $\Gamma(R)$  y cómo siempre cumple con ser un grafo conexo. Además, se determina las condiciones bajo las cuales  $\Gamma(R)$  es un grafo completo o estrella. Finalmente, se presentan implementaciones en el software SageMath para calcular  $\Gamma(\mathbb{Z}_n)$  y  $\Gamma(\mathbb{Z}_{p^n q})$ , donde  $n \in \mathbb{Z}^+$  y  $p$  y  $q$  son primos distintos.

**Keywords and keyphrases**— Commutative rings, zero divisor graph.

**Palabras y frases clave**— Anillos conmutativos, grafo divisor de cero.

---

## ON THE STRUCTURE OF $T_{\text{par}}(G, R)$

VÍCTOR MARÍN

*Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia*

vemarinc@ut.edu.co

Assuming that  $G$  is abelian,  $T_{\text{par}}(G, R)$  is the inverse semigroup of elements that are equivalence classes of  $\alpha_G$ -partial abelian extensions of a commutative algebra  $R$ . We recall that the idempotents of  $T_{\text{par}}(G, R)$  are given by  $[S, \alpha_G]^* *_{\text{par}} [S, \alpha_G]$ , with  $[S, \alpha_G] \in T_{\text{par}}(G, R)$ . We characterize the idempotents of  $T_{\text{par}}(G, R)$ .

**Keywords and keyphrases**— Idempotents, inverse semigroup, partial abelian extension.

**Palabras y frases clave**— Idempotentes, semigrupos inversos, extensiones abelianas parciales.

---

## TRIÁNGULOS DE AUSLANDER-REITEN EN CATEGORÍAS DE FROBENIUS

FELIPE GALLEGO-OLAYA, HERNÁN GIRALDO

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

cristianf.gallego@udea.edu.co

hernan.giraldo@udea.edu.co

Sea  $(\mathcal{C}, \mathcal{E})$  una categoría de Frobenius Krull-Schmidt. Para  $\underline{\mathcal{C}}$ , la categoría estable de  $\mathcal{C}$ , demostramos que todo triángulo de Auslander-Reiten en  $\underline{\mathcal{C}}$ , es inducido por una sucesión de Auslander-Reiten en  $\mathcal{C}$  cuando estas existen. Este resultado es una generalización del Teorema dado por Calderón–Henao, Giraldo y Vélez-Marulanda, ellos probaron este resultado para la categoría estable  $\widehat{\Lambda}$ -mod de la categoría abeliana de  $\widehat{\Lambda}$ -módulos finitamente generados a izquierda, cuando  $\widehat{\Lambda}$  es el álgebra repetitiva de  $\Lambda$  y  $\Lambda$  es una  $\mathbb{k}$ -álgebra de dimensión finita con  $\mathbb{k}$  un campo algebraicamente cerrado. Como aplicaciones de nuestro resultado, se obtiene una prueba diferente a la dada por Alvares, Fernandes y Giraldo, de cómo es la forma de los triángulos de Auslander-Reiten en la categoría derivada acotada  $D^b(\text{mod}\Lambda)$ , con  $\text{mod}\Lambda$  la categoría de los  $\Lambda$ -módulos finitamente generados a derecha, el resultado, también permite demostrar la relación que fue dada por Calderón–Henao, Gallego-Olaya y Giraldo, entre la dimensión global fuerte, los complejos de tamaño fijo de módulos proyectivos, y la categoría derivada acotada  $D^b(\text{mod}\Lambda)$ .

**Keywords and keyphrases**— Auslander-Reiten sequences and triangles, Frobenius categories, finite-dimensional algebras.

*Palabras y frases clave*— Sucesiones y triángulos de Auslander-Reiten, Categorías de Frobenius, álgebras de dimensión finita.

---

## RELATIONS BETWEEN THE STRONG GLOBAL DIMENSION, COMPLEXES OF FIXED SIZE AND DERIVED CATEGORIES

HERNÁN GIRALDO

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

`hernan.giraldo@udea.edu.co`

Let  $\mathbb{Z}$  be the integer numbers,  $\mathbb{k}$  an algebraically closed field,  $\Lambda$  a finite dimensional  $\mathbb{k}$ -algebra,  $\text{mod}\Lambda$  the category of finitely generated right modules,  $\text{proj}\Lambda$  the full subcategory of  $\text{mod}\Lambda$  consisting of all projective objects, and  $C_n(\text{proj}\Lambda)$  the bounded complexes of projective  $\Lambda$ -modules of fixed size for an integer  $n \geq 2$ . We describe an algorithm to calculate the strong global dimension of  $\Lambda$ , when  $\Lambda$  has finite strong global dimension and is derived discrete, by using the Auslander-Reiten quiver of the category  $C_n(\text{proj}\Lambda)$ . Moreover, we also show the relationship between the Auslander-Reiten quiver of the bounded derived category  $D^b(\text{mod}\Lambda)$  and the Auslander-Reiten quiver of  $C_{\eta+1}(\text{proj}\Lambda)$ , where  $\eta$  is the strong global dimension of  $\Lambda$ .

*Keywords and keyphrases*— Auslander-Reiten quiver, finitely generated right modules

*Palabras y frases clave*— Quiver de Auslander-Reiten, módulos derechos finitamente generados

---

# ANILLOS UNIVERSALES DE DEFORMACIÓN DE MÓDULOS SOBRE UNA CLASE DE ÁLGEBRAS SIMÉTRICAS DE REPRESENTACIÓN TIPO FINITO

JHONY FERNANDO CARANGUAY MAINGUEZ

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

`jhony.caranguay@udea.edu.co`

Sean  $\mathbb{K}$  un campo algebraicamente cerrado y  $A$  una  $\mathbb{K}$ -álgebra simétrica de representación tipo finito. Supóngase que todo  $A$ -módulo a derecha finitamente generado y no proyectivo es periódico (bajo el operador syzygy  $\Omega$ ) y su periodo divide a 4. En esta charla se presenta una clasificación de los  $A$ -módulos  $M$  tales que su anillo de endomorfismos estable sea isomorfo a  $\mathbb{K}$ , y se muestra el cálculo del anillo universal de deformación  $R(A, M)$  para cada uno de ellos.

**Keywords and keyphrases**— Auslander-Reiten sequences, representations of bounded quiver algebras.

**Palabras y frases clave**— Secuencias de Auslander-reiten, representaciones de álgebras de quiver acotada.

---

# ANILLOS DE GRUPO Y SU GRAFO DIVISOR DE CERO

JOHN H. CASTILLO

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

`jhcastillo@udenar.edu.co`

Sea  $R$  un anillo conmutativo. Un elemento  $0 \neq a \in R$  se denomina divisor de cero si existe  $0 \neq b \in R$  tal que  $ab = 0$ . Con  $Z(R)$  se denota el conjunto de divisores de cero de  $R$ . El grafo divisor de cero de  $R$  se define como el grafo simple  $\Gamma(R) = (Z(R), E)$  tal que  $\{x, y\} \in E$  siempre que  $xy = 0$ . En esta charla presentaremos las conexiones anillo teóricas de un anillo de grupo  $RG$  y las propiedades de su grafo divisor de cero  $\Gamma(RG)$ . En este trabajo se hace una revisión sobre los resultados existentes que sirven para caracterizar el grafo divisor de cero de anillos de grupo especiales.

**Keywords and keyphrases**— Group ring, zero divisor graph.

**Palabras y frases clave**— Anillo de grupo, grafo divisor de cero.

## LA SECUENCIA DE RECAMÁN: UNA CONCHA EN LA PLAYA

BERNARDO RECAMÁN SANTOS

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

ignotus@hotmail.com

Se describe la secuencia de Recamán, bautizada así por Neil Sloane, el gestor de la Enciclopedia en línea de secuencias enteras y se cuenta su origen e historia a partir de un problema sin resolver de Ronald Graham.

En 1992, este autor, le escribió al profesor Neil Sloane, por entonces investigador de AT&T en Estados Unidos presentándole una secuencia de números enteros con un extraño comportamiento y con la que se había tropezado investigando un problema de Ronald Graham en teoría de números. En esta charla describo la secuencia, hablo de sus extrañas propiedades y cuento su historia.

**Keywords and keyphrases**— Recaman's sequence, OEIS.

**Palabras y frases clave**— Secuencia de Recaman, OEIS.

---

## CONTANDO LOS PUNTOS MEDIOS DE LAS DIAGONALES DE $n$ -ÁGONOS CONVEXOS

BRIEN NAVARRO

*Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, México*

briennabarro11@gmail.com

Los conjuntos suma en  $\mathbb{R}^d$  son objetos fundamentales en Teoría Aditiva de Números. Al pedirle condiciones geométricas a los conjuntos a sumar podemos obtener resultados muy interesantes tanto en Geometría como en Teoría de Números. El problema del que hablaremos en esta charla es un muy buen ejemplo de lo anterior: estudiaremos el número de puntos medios

de las diagonales que genera un conjunto de  $n$  puntos en posición convexa y veremos las implicaciones geométricas y aritméticas de este problema.

**Keywords and keyphrases**— Convex polygons, sumsets.

**Palabras y frases clave**— Polígonos convexos, conjuntos suma.

---

## EXISTENCIA DE REGLAS $g$ -GOLOMB MODULARES

CRISTIAN MENESES, CARLOS MARTOS, DAVID DAZA

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

camilomeneses@unicauca.edu.co

cmartos@unicauca.edu.co

davidaza@unicauca.edu.co

Una regla Golomb modular, es un subconjunto de  $\mathbb{Z}_M$ , cuya propiedad es que todas las diferencias no cero de dos elementos de dicho conjunto son distintas módulo  $M$ . Este concepto se puede generalizar al de regla  $g$ -Golomb, en las cuales se admiten a lo más  $g$  repeticiones en las diferencias de dos elementos de la regla. Esta ponencia se enfocará en demostrar parámetros de existencia para reglas  $g$ -Golomb modulares generalizando resultados conocidos sobre reglas Golomb modulares.

**Keywords and keyphrases**—  $g$ -Golomb rulers existence parameters.

**Palabras y frases clave**— Reglas  $g$ -Golomb, parámetros de existencia.

---

## RECTÁNGULOS $g$ -GOLOMB

CARLOS A. MARTOS, DIEGO F. RUÍZ

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

cmartos@unicauca.edu.co

dfruiz@unicauca.edu.co

Una regla Golomb es un conjunto de enteros con la propiedad que todas las diferencias no cero de dos elementos son distintas. La longitud de la regla es  $\ell(A) = \max A - \min A$  y  $G(m)$  denota la regla Golomb de menor longitud con  $m$  elementos. En esta ponencia vamos a considerar una generalización



de este tipo de conjuntos contenidos en  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  y estudiaremos una función análoga a  $G(m)$ .

**Keywords and keyphrases**— Sidon sets, Golomb modular rulers.

**Palabras y frases clave**— Conjuntos de Sidon, reglas Golomb modulares.

---

## ASPECTOS ALGEBRAICOS DE LA TESIS DE TATE

DAVID CAMILO TÉLLEZ GUZMÁN

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

dctellezg@unal.edu.co

Quando se hace mención a la tesis doctoral de Tate se suele decir que su principal merito fue descubrir el como es posible hacer análisis armónico sobre el anillo (localmente compacto) de los adeles. Esta presentación junto al título del trabajo de Tate (Fourier Analysis in Number Fields and Hecke's Zeta Functions) pueden sugerir erróneamente que los resultados que allí aparecen tienen una motivación o son, en el fondo, puramente analíticos. Así pues, puede parecer extraño el que la tesis doctoral de Tate sea considerada uno de los textos fundamentales en la teoría algebraica de números. El objetivo de esta ponencia será precisamente explicitar las motivaciones algebraicas de este trabajo. Para ello, presentaremos brevemente el trabajo previo de Artin "Über eine neue art von l-reihen", junto al texto conjunto de Tate y Artin "Class field theory". Estos trabajos nos mostrarán qué aspectos algebraicos son fundamentales en la tesis doctoral de Tate.

**Keywords and keyphrases**— Fourier analysis in number fields, compact topological groups.

**Palabras y frases clave**— Análisis de Fourier en cuerpos numéricos, grupos topológicos compactos.

---

## NÚMEROS MADRUGADORES

EDWARD FERNÁNDEZ, CARLOS MARTOS, BERNARDO RECAMAN

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

edwardfer@unicauca.edu.co

cmartos@unicauca.edu.co

ignotus@hotmail.com

Los números madrugadores son aquellos que pueden encontrarse en la secuencia generada por los enteros positivos consecutivos, sin espacios, ni puntuación intermedia antes de su posición garantizada en el ordenamiento establecido. Estos han sido referenciados por pocos matemáticos, quienes han propuesto problemas en busca de estudiar su estructura, es por eso que en este espacio se describirá su comportamiento, se presentarán algunos resultados conocidos y plantearán determinados problemas abiertos.

**Keywords and keyphrases**— Early bird numbers, integer sequences.

**Palabras y frases clave**— Números madrugadores, secuencia de números enteros.

---

## VALORES COMUNES DE LAS SUCESIONES PADOVAN Y PERRIN

ERIC FERNANDO BRAVO MONTENEGRO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

fbravo@unicauca.edu.co

La sucesión entera definida por  $P_{n+3} = P_{n+1} + P_n$  con condiciones iniciales  $P_0 = P_1 = P_2 = 1$  se conoce como la sucesión de Padovan  $(P_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ . La sucesión de Perrin  $(R_m)_{m \in \mathbb{Z}}$  satisface la misma ecuación de recurrencia que la sucesión de Padovan pero con los valores iniciales  $R_0 = 3, R_1 = 0$  y  $R_2 = 2$ . En esta ponencia, resolvemos la ecuación  $P_n = \pm R_m$  con  $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$ .

**Keywords and keyphrases**— Padovan number, Perrin number, linear forms in logarithms.

**Palabras y frases clave**— Números de Padovan, números de Perrin, formas lineales en logaritmos.

---

## NÚMEROS DE FIBONACCI CERCANOS A NÚMEROS DE PELL

FABIAN POMELO, JHON J. BRAVO  
*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*  
jfpomeo@unicauca.edu.co  
jbravo@unicauca.edu.co

Usando la noción de cercanía planteada por Chern y Cui en 2014 determinamos todos los números de Fibonacci cercanos a los números de Pell. Se puede hacer un trabajo similar con los números de Fibonacci generalizados, los ingredientes matemáticos para abordar este tipo de problemas provienen de formas lineales en logaritmos y métodos de reducción.

**Keywords and keyphrases**— Fibonacci number, Pell number, linear form in logarithms, reduction method.

**Palabras y frases clave**— Número de Fibonacci, número de Pell, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

---

## SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE SKOLEM PARA LA SUCESIÓN $K$ -GENERALIZADA DE FIBONACCI

JONATHAN GARCÍA REBELLÓN  
*Universidad del Valle, Cali, Colombia*  
garcia.jonathan@correounivalle.edu.co

Así como el teorema fundamental del álgebra da cuenta de los ceros de polinomios, el problema de Skolem trata sobre su análogo en sucesiones recurrentes lineales (SRL's): ¿Es posible determinar cuántos ceros tiene una SRL?. El renombrado teorema de Skolem–Mahler–Lech establece que el conjunto de ceros de una SRL es la unión de un conjunto finito y un número finito de progresiones aritméticas. A pesar de que el Teorema de Skolem–Mahler–Lech tiene casi 90 años, la decidibilidad del problema de Skolem sigue siendo una pregunta abierta. En esta charla se presentará la respuesta a esta pregunta para la sucesión  $k$ -generalizada de Fibonacci con índices enteros.

**Keywords and keyphrases**— Skolem problem, generalized Fibonacci sequences.

**Palabras y frases clave**— Problema de Skolem, sucesiones generalizadas de Fibonacci.

---

## UNA BONITA RELACIÓN ENTRE GRAFOS Y ECUACIONES SOBRE CAMPOS FINITOS

FERNANDO A. BENAVIDES

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

fandresbenavides@udenar.edu.co

Dado un grafo no dirigido  $G = (V, E)$  (posiblemente con loops), los valores propios de su matriz de adyacencia permiten inducir, en algunos casos, invariantes de  $G$  tales como conexidad, número de componentes conexas, si es bipartito, etc. Le Anh Vinh en 2013 y 2014 realizó un estudio del número de soluciones de ciertas ecuaciones sobre campos finitos, mediante la asociación de un grafo a cada ecuación y los valores propios de su matriz de adyacencia. En esta charla se realiza una exposición de algunas propiedades básicas del espectro de un grafo así como una presentación detallada del método utilizado para el análisis del conjunto solución de algunas ecuaciones sobre campos finitos.

**Keywords and keyphrases**— Simple graphs, adjacency matrix, finite fields.

**Palabras y frases clave**— Grafos simples, matriz de adyacencia, cuerpos finitos.

---

## ALGUNAS FUNCIONES ZETA Y SUS PROPIEDADES

ADRIANA ALEXANDRA ALBARRACÍN MANTILLA

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

alealbam@uis.edu.co

En esta charla, se presentarán tres funciones zeta, la asociada al cuerpo de funciones con cuerpo de constantes finito, la de Igusa, que es una función zeta definida sobre un cuerpo local no arquimediano, vista como una variación de la función propuesta por Tate, y la función zeta topológica, que se obtiene como caso límite de las funciones zeta de Igusa para cuerpos  $p$ -ádicos.

Además, se mostrará la relación con el resultado de la conjetura de Riemann, sus propiedades y aplicaciones.

**Keywords and keyphrases**— Zeta function of algebraic functions fields, Local zeta function, Riemann hypothesis.

**Palabras y frases clave**— Función zeta del cuerpo de funciones algebraicas, función zeta local, hipótesis de Riemann.

---

## ILUSTRACIÓN GRÁFICA DE LOS BINARIOS CON PYTHON

EUDEL CAMARGO, LIDA TEJADA

*Universidad del Magdalena, Santa Marta, Colombia*

*Dependencia (SED), I.E.D. Simon Bolívar, Santa Marta, Colombia*

ecamargo@unimagdalena.edu.co

ltejada@gmail.com

Todos conocemos el sistema binario o base 2, así el 7 en el sistema binario se expresa como 111, llamemos  $P(7)$  a la suma de todas las componentes del 7 en el sistema binario, de esta forma  $P(7) = 3$ , a este número lo denominaremos el peso de 7 en base 2. Se demuestra aquí, haciendo uso de la combinatoria, que si  $b = 2^n - 1$ , entonces

$$\sum_{i=0}^b P(i) = n2^{n-1}$$

Finalmente se ilustra gráficamente la simetría de esta sumatoria en un rectángulo haciendo uso del lenguaje de programación Python.

La línea poligonal por dentro del rectángulo, lo divide en dos partes iguales, de la misma forma a como lo hace una diagonal. Para esta línea encontramos una expresión general para cualquier entero positivo  $n$  y se prueba que cuando  $n$  tiende al infinito, la razón entre la medida de esta y la diagonal común es 2.

**Keywords and keyphrases**— Weight rectangle, binary numbering system, Python.

**Palabras y frases clave**— Rectángulo de pesos, sistema de numeración binario, Python.

---

## ABELIAN $P$ -EXTENSIONS

JONNY FERNANDO BARRETO CASTAÑEDA

*Escuela superior de administración pública, Vaupés, Colombia*

jonny.barreto@esap.edu.co

In this work, we present some arithmetic properties of families of abelian  $p$ -extensions of global function fields. Among them are their type of ramification and decomposition, the ramification index and the relation between two distinct generators of an abelian  $p$ -extension. Finally, we give an explicit description of the genus field of any finite abelian  $p$ -extension of a global rational function field.

**Keywords and keyphrases**— Abelian  $p$ -extensions, global function fields.

**Palabras y frases clave**—  $p$ -extensiones abelianas, cuerpos de funciones globales.

---

## UN PROBLEMA DIOFÁNTICO CON NÚMEROS GENERALIZADOS DE FIBONACCI Y DE PELL

JULIETH RUIZ, JOSE LUIS HERRERA, JHON J. BRAVO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

jfrh@unicauca.edu.co

Dos enteros positivos son potencias de dos equivalentes si sus factores impares más grandes coinciden. En esta charla, se presentan algunos resultados sobre los números generalizados de Fibonacci y de Pell que son potencias de dos equivalentes. Esta investigación utiliza cotas inferiores para formas lineales en logaritmos y técnicas de reducción en aproximación Diofántica. El trabajo contó con el apoyo de MinCiencias (Colombia) a través del programa “Implementación del proyecto de Jóvenes Investigadores e Innovadores en el Departamento del Cauca”, Proyecto VRI ID 5645 (Universidad del Cauca).

**Keywords and keyphrases**— Generalized Fibonacci number, linear forms in logarithms, reduction method.

**Palabras y frases clave**— Número generalizado de Fibonacci, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

---

## UNA DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE KRONECKER-WEBER

SAMUEL ARROYO

*Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S.L.P., México*

samueelarroyo23@gmail.com

Sea  $n \in \mathbb{Z}^+$  y  $\zeta_n = e^{\frac{i2\pi}{n}}$ . Es bien sabido que  $\mathbb{Q}(\zeta_n)/\mathbb{Q}$  es una extensión de Galois y su grupo de Galois es abeliano; por lo tanto, para todo campo intermedio  $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{F} \subseteq \mathbb{Q}(\zeta_n)$ , el grupo de Galois de  $\mathbb{F}/\mathbb{Q}$  es abeliano. Una pregunta muy natural es si estas son (salvo isomorfismos de campos) las únicas extensiones de Galois finitas de  $\mathbb{Q}$  con grupo de Galois abeliano. El Teorema de Kronecker-Weber da una respuesta afirmativa a esta pregunta y en esta charla hablaremos sobre una demostración elemental del mismo.

**Keywords and keyphrases**— Galois extensions, Kronecker-Weber theorem, Abelian extensions.

**Palabras y frases clave**— Extensiones de Galois, Teorema de Kronecker-Weber, extensiones Abelianas.

---

## UN RECORRIDO HISTÓRICO POR EL PROBLEMA DE LOS CONJUNTOS SUMA PEQUEÑO

LAURA ERASO, FERNANDO BENAVIDES, WILSON MUTIS

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

lauraeraso1@udenar.edu.co

fandresbenavides@udenar.edu.co

wfmutis@udenar.edu.co

Algunos problemas pertenecientes a la teoría de números pueden ser estudiados en estructuras algebraicas más generales, entre estos, un problema de interés es encontrar la cardinalidad mínima del conjunto producto  $AB$ , donde  $A$  y  $B$  son subconjuntos no vacíos de un grupo finito  $G$ . Es decir, se desea determinar a la función  $\mu_G(r, s)$  la cual representa el mínimo cardinal posible de un conjunto producto  $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$ , donde  $A$  y

$B$  son subconjuntos de  $G$  que tienen cardinalidades  $r$  y  $s$ , respectivamente. Esta ponencia pretende mostrar algunas propiedades básicas de la función  $\mu_G$  así como los resultados más relevantes de dicho problema partiendo de su surgimiento hasta los estudios realizados recientemente.

**Keywords and keyphrases**— Product set, Abelian groups, soluble groups.

**Palabras y frases clave**— Conjunto producto, grupos abelianos, grupos nilpotentes.

---

## LA CONJETURA DE MANIN PARA VARIEDADES TÓRICAS CON POCOS GENERADORES, SOBRE CUERPOS DE NÚMEROS

TOBÍAS MARTÍNEZ, SEBASTIÁN HERRERO, PEDRO MONTERO.

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Universidad Técnica  
Federico Santa María, Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile*

tobias.martinez@ues.edu.sv

sebastian.herrero@pucv.cl

pedro.montero@utfsm.cl

El estudio de los puntos racionales sobre variedades algebraicas es una de las formas modernas de estudiar las ecuaciones diofantinas, puesto que dado un sistema de ecuaciones diofantinas, se tiene una correspondencia biyectiva entre el conjunto de soluciones no triviales de dicho sistema y el conjunto de puntos racionales de la variedad que el sistema define en algún espacio afín o proyectivo. En esta charla, relacionaremos la función zeta de alturas de los puntos racionales en variedades de Hirzebruch-Kleinschmidt definida sobre un cuerpo de números  $K$  con cierta función zeta del cuerpo  $K$  definida de manera análoga a las funciones zeta de Tate. Estudiar el comportamiento analítico de la función zeta de alturas nos permite concluir que la conjetura de Manin es válida para estas variedades.

**Keywords and keyphrases**— Rational points, Manin's conjecture.

**Palabras y frases clave**— Puntos racionales, conjetura de Manin.



---

## MODULARIDAD DE CURVAS ELÍPTICAS

VÍCTOR GANDICA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

vagandicap@unal.edu.co

La modularidad de una curva elíptica racional es una propiedad que nos permite describir completamente cuándo podemos factorizar en factores lineales su ecuación de la forma  $y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c$  en cuerpos finitos  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ . Esto se obtiene mediante la asignación a la curva de una forma modular, esta es una función meromorfa de variable compleja que en su serie de Fourier contiene exactamente esta información.

**Keywords and keyphrases**— Elliptic curve, modular forms.

**Palabras y frases clave**— Curvas elípticas, formas modulares.

---

## ECUACIONES DIOFÁNTICAS CON NÚMEROS DE PERRIN

KAREN J. SACANAMBOY, ERIC F. BRAVO, JHON J. BRAVO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

sacanambo@unicauca.edu.co

fbravo@unicauca.edu.co

La sucesión entera  $(R_n)_{n \in \mathbb{Z}}$  definida por la relación de recurrencia ternaria  $R_{n+1} = R_{n-1} + R_{n-2}$  con condiciones iniciales  $R_0 = 3, R_1 = 0$  y  $R_2 = 2$ , es conocida como la sucesión de Perrin. En esta charla se presentan las soluciones de las ecuaciones diofánticas  $R_{-n} = \pm R_m^2$  y  $R_n = R_{-m}^2$  con  $m$  y  $n$  enteros positivos.

**Keywords and keyphrases**— Perrin's number, linear form in logarithms, reduction method.

**Palabras y frases clave**— Número de Perrin, forma lineal en logaritmos, método de reducción.

---

## FÓRMULAS EXPLÍCITAS RIEMANN, WEIL Y HARAN

JOHN JAIME RODRÍGUEZ

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

`jjrodriguezv@unal.edu.co`

El propósito de esta charla es, en primer lugar, ofrecer una panorámica histórica sobre las contribuciones de Riemann, Weil y Haran en el ámbito de fórmulas explícitas. Posteriormente, la charla se enfocará en presentar los resultados recientes obtenidos en *Riesz potentials and explicit sums in arithmetic*, donde se extienden los resultados de Haran al caso de un cuerpo cuadrático imaginario  $K$ . En particular, se presentará la aproximación al núcleo de Riesz sobre  $\mathbb{C}$  y se analizará la relación entre la descomposición de ideales primos en la extensión  $K/\mathbb{Q}$  y los operadores de diferenciación asociados a formas cuadráticas.

De manera más detallada, en el caso de una extensión cuadrática imaginaria  $K/\mathbb{Q}$ , existe únicamente un lugar arquimediano, que corresponde a los números complejos  $\mathbb{C}$ . Además, el carácter cuadrático del discriminante  $\Delta_K$  (mód  $p$ ) determina la descomposición del primo  $p$  en el anillo de enteros  $\mathcal{O}_K$ . Por lo tanto, los núcleos de Riesz necesarios para la aproximación adélica de Haran son, en este caso, los correspondientes a  $\mathbb{C}$  y a los ideales primos  $\mathcal{P}$  de  $\mathcal{O}_K$ . Durante la charla, se presentarán estos núcleos y el correspondiente operador sobre los ideales de  $K$ .

**Keywords and keyphrases**— Riemann hypothesis, Haran's adelic approximation.

**Palabras y frases clave**— Hipótesis de Riemann, aproximación adélica de Haran.

### 6.3. COMBINATORIA.

---

## PARTICIONES MEZCLADAS

DIEGO VILLAMIZAR

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

diego.villamizarr@usa.edu.co

En esta charla presentaremos una familia de particiones de conjuntos llamadas particiones  $r$ -mezcladas. Mostraremos el conteo explícito de estas particiones, discutiremos su función generatriz y sus propiedades aritméticas. Además, discutiremos el análogo en permutaciones y conexiones con relaciones difuncionales y matrices lonesum.

**Keywords and keyphrases**— Partitions, permutations, Stirling numbers.

**Palabras y frases clave**— Particiones, permutaciones, números de Stirling.

---

## ¿ARREGLOS COSTAS TRIDIMENSIONALES?

DAVID DAZA, CARLOS TRUJILLO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

davidaza@unicauca.edu.co

trujillo@unicauca.edu.co

Un arreglo Costas bidimensional de orden  $n$  se puede considerar geométricamente como un conjunto de  $n$  puntos situados en los cuadrados de un tablero de tamaño  $n \times n$ , tales que cada fila o columna contiene sólo un punto y los vectores uniendo pares de puntos son todos distintos. Costas consideró estos conjuntos en 1965 para mejorar el rendimiento de los sistemas radar y sonar. En 2017, Jedwab y Yen generalizaron los arreglos Costas a tres dimensiones de la siguiente manera: un cubo Costas de orden  $n$  es un arreglo de tamaño  $n \times n \times n$  sobre  $\mathbb{Z}_2$ , para el cual cada una de las tres proyecciones en dos dimensiones es un arreglo Costas de orden  $n$ . En esta charla se mostrarán construcciones de cubos Costas que satisfacen la

propiedad adicional de ser conjuntos  $B_3$ . Un subconjunto  $A$  de un grupo  $G$  (notado aditivamente) es un conjunto  $B_3$  (en  $G$ ) si para cualquier  $x \in G$  existe a lo más 1 multiconjunto  $\{a_1, a_2, a_3\}$  tal que  $a_1 + a_2 + a_3 = x$  y  $a_i \in A$ .

**Keywords and keyphrases**— Costas array,  $B_h$  sets.

**Palabras y frases clave**— Arreglos Costas, conjuntos  $B_h$ .

---

## ARNDT COMPOSITIONS: STATISTICS, GENERALIZATIONS AND A FIBONACCI NUMBERS IDENTITY

DANIEL CHECA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

dcheca@unal.edu.co

Arndt's compositions are those integer compositions that satisfy the condition that the first summand is greater than the second, the third summand is greater than the fourth, and so on. Hopkins and Tangboonduangjit have provided several combinatorial proofs that Fibonacci numbers count the number of Arndt's compositions for each positive integer  $n$ . In this talk, alternative proofs of this result will be presented, along with information on statistics of these counting sequences. Thanks to this work, it has been discovered a new identity for Fibonacci numbers and contributed generalizations of this combinatorial object when the initial restriction is changed.

**Keywords and keyphrases**— Arndt compositions, Fibonacci numbers, generalizations.

**Palabras y frases clave**— Composiciones Arndt, números de Fibonacci, generalizaciones.

---

# EXPLORACIÓN DE LAS CELDAS DE VORONOI EN LATTICES DE PRIMER TIPO: UN ENFOQUE GEOMETRICO Y COMBINATORIO

DANIEL STIVEN TOVAR PASTRANA

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

daniel.tovar@correounivalle.edu.co

Esta presentación explora celdas de Voronoi en lattices de primer tipo. Estos lattices tienen una propiedad única la cual es tener “superbase obtusa” y se vinculan con el problema del mejor lattice cuantizador. Sorprendentemente, las celdas de Voronoi resultan ser permutahedros, conectando geometría y combinatoria. Los resultados clave incluyen el volumen y el segundo momento de estas celdas, cruciales para resolver el problema del lattice cuantizador. Esta charla revela la intersección intrigante entre geometría y combinatoria en las matemáticas contemporánea con aplicaciones en Criptografía y Teoría de la Información.

**Keywords and keyphrases**— Euclidean lattices, permutohedro, Voronoi Cells, cryptography based on lattices.

**Palabras y frases clave**— Lattices Euclidianos, permutohedro, celdas de Voronoi, criptografía basada en lattices.

---

## PARTICIONES DE ENTEROS $n$ -COLOREADAS.

BEIMAR NARANJO

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

bbaranjom@unal.edu.co

Se exponen conceptos sobre particiones de enteros  $n$  coloreadas, y particiones donde las partes tienen como colores composiciones de enteros. En particular, cuando se consideran  $\leq 2$ -composiciones, surgen varios resultados interesantes, entre ellos un análogo al teorema de Euler para particiones, que a pesar de haber sido probado mediante funciones generatrices, se muestra una biyección entre estas dos clases combinatorias.

**Keywords and keyphrases**—  $n$ -colored partitions.

**Palabras y frases clave**— Particiones  $n$ -coloreadas.

---

## PICOS SIMÉTRICOS Y ASIMÉTRICOS EN PARTICIONES DE CONJUNTOS Y COMPOSICIONES

ANDRÉS RICARDO MORENO GARZÓN

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

armorenog@unal.edu.co

Se presentará el trabajo y resultados obtenidos referentes al conteo en particiones de conjuntos y composiciones de enteros positivos de las estadísticas pico simétrico (asociada a la ocurrencia del patrón 121) y pico asimétrico, (asociada a la ocurrencia de los patrones 132 y 231), utilizando métodos combinatorios y analíticos como conteo directo, funciones generatrices, fórmulas recursivas, análisis asintótico y el método simbólico. Se extienden las ideas, métodos y resultados de los trabajos de Asakly, además de Florez y Ramírez para el conteo de las estadísticas mencionadas anteriormente en palabras y caminos de Dick, respectivamente. Se obtienen fórmulas cerradas para la cantidad de picos simétricos y asimétricos en particiones de conjuntos (representación canónica) y composiciones, extendiendo los resultados a composiciones restringidas y palíndromas.

**Keywords and keyphrases**— Symmetry, generating functions.

**Palabras y frases clave**— Simetrías, funciones generatrices.

---

## UN USO MÁGICO DE LOS POSITROIDES

SERGIO ALEJANDRO FERNANDEZ DE SOTO GUERRERO

*Technische Universitaet Graz, Graz, Austria*

sergio.fernandez@tugraz.at

Los positroides son un objeto matemático nacido del estudio de Postnikov del Grassmaniano no negativo, los cuales están en biyección con una pletera de objetos combinatorios, como algunas generalizaciones del grupo simétrico conocidas como permutaciones decoradas y permutaciones bicoloradas. Dichas generalizaciones pueden ser usadas en el contexto de las acciones de grupos para describir mezclas sobre una baraja de cartas, obteniendo así, en el mundo de la magia, formas poco convencionales de mezclar cartas para obtener nuevos trucos.

**Keywords and keyphrases**— Grassmanian, positroids, permutations.

**Palabras y frases clave**— Grassmaniano, positroides, permutaciones.

---

# INTRODUCCIÓN A LAS ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS DE GRAFOS

CHRISTIAN CASTAÑO

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

christian.castano01@usa.edu.co

En este trabajo se presentará a forma de introducción un desarrollo de las estructuras aritméticas sobre grafos y su conexión con temas de diferentes áreas de las matemáticas como la combinatoria, la teoría de números y el álgebra en general.

**Keywords and keyphrases**— Graphs, number theory.

**Palabras y frases clave**— Grafos, teoría de números.

---

# JUGANDO CON LEGOS: POLIMINÓS CONVEXOS POR FILAS

EMMANUEL SILVA

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

esilvaa@unal.edu.co

En el marco del estudio combinatorio de los poliminós, se presentan resultados enumerativos sobre una subfamilia de estos conocida como las  $k$ -torres de Lego. Para esta familia se definen cuatro estadísticas: el área, el semiperímetro, la altura y el número de pestañas, y mediante el uso del método simbólico se halla la función generatriz para estas cuatro variables. Asintóticamente, esta familia captura a los poliminós convexos por fila, y así cuando  $k$  se hace tender a infinito se recuperan resultados clásicos para poliminós convexos.

**Keywords and keyphrases**— Convex polyomino.

**Palabras y frases clave**— Poliminós convexos.

# CONSTANTE DE CUANTIZACIÓN PARA RETÍCULOS EUCLIDIANOS DE TIPO I EN DIMENSIONES BAJAS

NÓRIDA MANUELA IQUINÁS VOLVERÁS

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

`norida.iquinas@correounivalle.edu.co`

En esta charla se presentará el problema del retículo cuantizador óptimo, además de mostrar la estrategia del cálculo de la constante de cuantización para retículos euclidianos de Tipo I en dimensiones bajas, en función de los parámetros de Selling.

Dicha estrategia en general consiste en hacer una descripción de la celda de Voronoi del retículo, la cual permite obtener una partición en símlices de la celda, y por medio de un teorema expuesto por Conway y Sloane es posible deducir la constante de cuantización del lattice.

**Keywords and keyphrases**— Euclidean lattices, permutohedro, Voronoi cells, second moment, cryptography based on lattices.

**Palabras y frases clave**— Lattices Euclidianos, permutohedro, celdas de Voronoi, Criptografía basada en lattices.



## 6.4. APLICACIONES.

---

### A NEW MODEL OF AFFINE FLAT SPACE-TIME

ALBERTO MEDINA, ANDRÉS VILLABÓN

*Institut Alexandre Grothendieck, Université de Montpellier,  
Montpellier, France*

*Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Medellín, Colombia*

alberto.medina@umontpellier.fr

edgar.villabon@unad.edu.co

The goal of this talk is to present elements of the very rich Semi- Riemannian metric Geometry of certain quadratic Lie Groups in the Medina- Revoy sense.

**Keywords and keyphrases**— Semi-Riemannian metric, quadratic Lie groups.

**Palabras y frases clave**— Métrica semi-Riemanniana, grupos de Lie cuadráticos.

---

### CÓDIGOS CÍCLICOS LRC-LCD

YISETH KARINA RODRÍGUEZ CÁCERES

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

yiseth2180630@correo.uis.edu.co

En esta charla se establece una conexión entre los códigos localmente recuperables (LRC) y los códigos lineales duales complementarios (LCD), especialmente enfocándose en su variante códigos cíclicos LRC-LCD. Estas herramientas son fundamentales en sistemas de almacenamiento distribuido, desempeñando un papel esencial en la confiabilidad y privacidad de los datos en la era de la información. Los códigos LRC-LCD ofrecen soluciones rentables tanto para la detección y corrección de errores en la transmisión de información digital como para el almacenamiento distribuido, siendo utilizados por gigantes tecnológicos como Facebook y Google. Esta combinación

única de códigos LRC y LCD proporciona una solución versátil y eficaz para abordar ambos desafíos simultáneamente, garantizando la disponibilidad y seguridad de los datos.

**Keywords and keyphrases**— Linear codes, cyclic codes, LRC codes, LCD codes.

**Palabras y frases clave**— Códigos lineales, códigos cíclicos, códigos LRC, códigos LCD.

---

## UNA GENERALIZACIÓN DE LOS ÁRBOLES BINARIOS

JUAN JOSÉ ALEGRÍA, DIEGO RUÍZ

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

`jjalegriae@unicauca.edu.co`

`dfruiz@unicauca.edu.co`

Las estructuras de datos son uno de los pilares fundamentales de las ciencias de la computación, como también lo es el concepto de autómatas, es así que este trabajo pretende evidenciar una conexión directa entre estos dos conceptos.

**Keywords and keyphrases**— Data structure, binary trees, automata.

**Palabras y frases clave**— Estructuras de datos, árboles binarios, autómatas.

---

## SOBRE PRODUCTO SCHUR DE CÓDIGOS AG

JAZMÍN LISETH MANTILLA ROZO

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

`jazmin.mantilla@correounivalle.edu.co`

Los códigos AG son códigos lineales que admiten propiedades heredadas de los códigos Reed-Solomon y sus variantes. Estos códigos se pueden construir explícitamente, decodificar de manera eficiente, admiten buenas cotas en sus parámetros, se mantienen cerca de la cota de Singleton y se comportan bien bajo el producto Schur. Estas propiedades generan ventajas y

limitaciones para la utilización de estos códigos en aplicaciones modernas como el diseño de esquemas para la compartición de secretos y criptografía basada en códigos como el protocolo de McEliece el cual se cree puede resistir a ataques con un computador cuántico.

**Keywords and keyphrases**— Algebraic geometry codes, post quantum cryptography, McEliece cryptosystem, Schur product.

**Palabras y frases clave**— Códigos algebraico geométricos, criptografía post-cuántica, criptosistema de McEliece, producto Schur.

---

## RESILIENCIA EN GRAFOS HETEROGÉNEOS CON CRECIMIENTO PREFERENCIAL

CRISTIÁN ÁNGULO, CRISTHIAN URBANO, DIEGO RUÍZ

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

cristiancla@unicauca.edu.co

cristhianleon@unicauca.edu.co

dfruiz@unicauca.edu.co

Dado que los grafos pueden representar sistemas esenciales, como por ejemplo un sistema de transporte urbano en una ciudad o un sistema aeroportuario, una falla en el grafo puede traer consecuencias de alto costo y generar daños, no solo en la parte afectada, sino en gran parte del grafo. Estos ataques incluso pueden terminar causando un daño completo del grafo. De allí surge la importancia de analizar la resiliencia de los grafos, e identificar cómo estos se pueden recuperar después de un ataque. En esta propuesta buscamos evaluar la resiliencia de grafos heterogéneos con conexión preferencial, presentando un breve estudio de simulación con el cual se pretende estimar el tiempo de recuperación a partir de la modularidad, basados en una distribución exponencial para modelar el fenómeno.

**Keywords and keyphrases**— Heterogeneous graphs, resiliency of graphs.

**Palabras y frases clave**— Grafos homogéneos, resiliencia de grafos.

---

## UNA RELACIÓN ENTRE REGLAS GOLOMB Y LA ELIMINACIÓN DE DIAFONÍA FWM EN FIBRA ÓPTICA

DIEGO MOLINA, CARLOS MARTOS

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

diegoms@unicauca.edu.co

cmartos@unicauca.edu.co

La necesidad de transmitir grandes cantidades de datos a altas velocidades se resuelve mediante la implementación de fibra óptica. Esta tecnología, que utiliza un material dieléctrico transparente para transmitir señales de luz, resulta ideal para esta tarea. Para hacer frente a esta creciente demanda, los sistemas de multiplexación por división de longitud de onda (WDM) se han convertido en una solución crucial. Sin embargo, debido a la cantidad de señales que se asignan a una misma fibra, estos sistemas pueden verse afectados por un fenómeno conocido como mezcla de la cuarta onda (FWM), lo cual degrada la calidad de la señal. Para abordar este fenómeno, se propone una solución que implica asignar las señales con diferentes distancias de separación, evitando que coincidan. Una regla Golomb es un conjunto ordenado de enteros mayores o iguales a cero donde los resultados de las diferencias positivas de los elementos son todos distintos. En esta ponencia vamos a presentar una relación entre la asignación de canales en la fibra óptica y las reglas Golomb.

**Keywords and keyphrases**— The structure of complex networks, directed modularity.

**Palabras y frases clave**— Estructura de redes, modularidad directa.

---

## CÓDIGOS LINEALES Y CONJUNTOS DE SIDON

VIVIANA GUERRERO, JOHN H. CASTILLO

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

vivianagp@unicauca.edu.co

jhcastillo@udenar.edu.co

En esta ponencia se presentará una conexión entre la teoría algebraica de códigos y a la teoría de números aditiva, más precisamente, la relación entre códigos lineales binarios y conjuntos de Sidon.

**Keywords and keyphrases**— Linear codes, Sidon sets.

**Palabras y frases clave**— Códigos lineales, conjuntos de Sidon.

---

## CONSTRUCTION OF A CRYPTOGRAPHIC FUNCTION BASED ON BOSE-TYPE SIDON SETS

RIGO JULIÁN OSORIO, CARLOS TRUJILLO, DIEGO RUÍZ

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

rosorio@unicauca.edu.co

trujillo@unicauca.edu.co

dfruiz@unicauca.edu.co

Sidon sets have several applications in mathematics and in real world problems, including the generation of secret keys in cryptography, error correcting codes, and the physical problem of compression of signals in telecommunications. In particular, in cryptography, the design of cryptographic functions with optimal properties like nonlinearity, differential uniformity, balance, autocorrelation, absolute indicator, and the avalanche effect play a fundamental role in the development of secure cryptographic systems. Based on the construction of Bose-type Sidon sets, in this work we present the construction of a new cryptographic function with good properties of linearity and differential uniformity.

**Keywords and keyphrases**— Bose-Sidon sets, criptografía.

**Palabras y frases clave**— Conjuntos de Bose-Sidon, criptografía.

---

## DINÁMICAS Y CONVERGENCIA DE MEDIDAS DE HOMOFILIA EN GRAFOS ALEATORIOS HETEROGÉNEOS

ALEJANDRA MURCIA, NINO PÉREZ, DIEGO RUÍZ

*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*

`mariamur@unicauca.edu.co`

`ninoyofrani@unicauca`

`dfruiz@unicauca@unicauca`

En la actualidad, la creciente generación de datos nos permite representar fenómenos del mundo real. En contraste con los modelos tradicionales de generación de grafos que asumen nodos idénticos, este trabajo propone un modelo de redes aleatorias heterogéneas donde los nodos se dividen en dos categorías y se analizan las dinámicas y convergencia asintóticas de las medidas de homofilia. Esto nos ayuda a comprender cómo los nodos con características similares establecen conexiones en las redes sociales y su influencia en la formación de enlaces y crecimiento de la red.

**Keywords and keyphrases**— Random graphs, social networks, homophilia.

**Palabras y frases clave**— Grafos aleatorios, redes sociales, homofilia.

---

## CÓDIGOS CASTILLO TORCIDOS PARA CRIPTOGRAFÍA POSTCUÁNTICA

WILSON OLAYA LEÓN

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia*

`wolaya@uis.edu.co`

En esta charla presentamos la familia de códigos Castillo torcidos, de manera similar a la construcción de códigos hermitianos torcidos. La importancia de esta nueva construcción es que el cuadrado Schur de estos códigos torcidos es más grande que el de los códigos no torcidos. Esta característica es necesaria para resistir el ataque de distinguir por cuadrado Schur cuando se utilizan códigos AG en el criptosistema McEliece (criptografía basada en códigos). Este criptosistema se cree que es resistente a ataques desde un computador cuántico, pues es uno de los candidatos para la estandarización de criptografía postcuántica.

**Keywords and keyphrases**— AG Codes, Castillo codes, Schur square, McEliece cryptosystem, post-quantum cryptography.

**Palabras y frases clave**— Códigos AG, códigos Castillo, cuadrado Schur, criptosistema McEliece, criptografía postcuántica.

# USING SIDELINKOV SEQUENCES TO CONSTRUCT MULTIDIMENSIONAL ARRAYS FOR WATERMARKING

CESAR BOLAÑOS, ALCIBIADES BUSTILLO  
*University of Puerto Rico, Mayaguez, Puerto Rico*  
cesar.bolanos@upr.edu  
alcibiades.bustillo@upr.edu

In this presentation we will describe a new family of multidimensional periodic arrays that have application in digital video or image watermarking. Each array of the family is constructed by composing a base array with a cyclic sequence of shifts. The base array is constructed by using the Chinese remainder Theorem to map a Sidelinkov sequences of period  $p^l - 1$ , where  $p$  is an odd prime and  $l$  is a positive integer, into two or more dimensions. The cyclic shift sequences are defined by applying logarithmic quadratic functions to a direct product of additive groups. The cross-correlation properties of this family is a peak value of order  $p^{2l}$  and non-peak auto- and cross-correlation of order  $p^l$  that is comparable or superior another known construction based on composition.

**Keywords and keyphrases**— Sidelinkov sequence, digital watermark, periodic arrays, cross-correlation.

**Palabras y frases clave**— Secuencia de Sidelinkov, marcas de agua digitales, arreglos periódicos.

---

## UN GRAFO ASOCIADO A OPERACIONES DE CÓDIGOS LINEALES BINARIOS

LISBETH DELGADO, JOHN H. CASTILLO  
*Universidad del Cauca, Popayán, Colombia*  
*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*  
lddelgado@unicauca.edu.co  
jhcastillo@udenar.edu.co

Sea  $\mathcal{C}$  un código lineal binario, se define una clase lateral de  $\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n$  sobre  $\mathcal{C}$  como el conjunto  $\mathbf{x} + \mathcal{C} = \{\mathbf{x} + \mathbf{y} : \mathbf{y} \in \mathcal{C}\}$ . Para una clase lateral  $\mathcal{C}_1$  de  $\mathcal{C}$  se define  $\text{wt}(\mathcal{C}_1) = \min \{\text{wt}(\mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \mathcal{C}_1\}$  y un líder de  $\mathcal{C}_1$  es un vector  $\mathbf{x}$  tal

que  $\text{wt}(\mathbf{x}) = \text{wt}(\mathcal{C}_1)$ . Se puede establecer un orden parcial en el conjunto de clases laterales de un código  $\mathcal{C}$  como sigue: si  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathcal{C}_2$  son dos clases laterales de  $\mathcal{C}$ , entonces  $\mathcal{C}_1 \prec \mathcal{C}_2$  siempre que existan líderes  $\mathbf{x}_1$  de  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  de  $\mathcal{C}_2$ , tales que  $\text{supp}(\mathbf{x}_1) \subset \text{supp}(\mathbf{x}_2)$ . Se define el grafo  $\Gamma(\mathcal{C}) = (V_{\mathcal{C}}, E_{\mathcal{C}})$  donde  $V_{\mathcal{C}}$  es el conjunto de las clases laterales de  $\mathcal{C}$  y  $\{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2\} \in E_{\mathcal{C}}$  si  $\mathcal{C}_1 \prec \mathcal{C}_2$  y  $\text{wt}(\mathcal{C}_1) = \text{wt}(\mathcal{C}_2) - 1$ . En esta ponencia se presentan algunas operaciones de códigos lineales binarios y propiedades de los grafos asociados al código resultante de la operación.

**Palabras y frases clave**— Binary linear codes, Hamming distance, graphs.

**Keywords and keyphrases**— Códigos lineales binarios, distancia de Hamming, grafos.

---

## ELLIPTIC CURVES APPLIED TO SIGNAL PROCESSING

ALCIBIADES BUSTILLO, CESAR BOLAÑOS  
*University of Puerto Rico, Mayaguez, Puerto Rico*  
 alcibiades.bustillo@upr.edu  
 cesar.bolanos@upr.edu

We construct a new family of 3D watermarks by composing the 2-dimensional Legendre array with shift sequences derived from cyclic groups of points on an elliptic curve over  $GF(p) \times GF(p)$ . We show that that family have good auto and cross correlation values in the sense that the peak auto correlation value maintain good ratio with off-peak values.

**Keywords and keyphrases**—Elliptic curves, watermarks, auto-Correlation, Cross-Correlation.

**Palabras y frases clave**— Curvas elípticas, marcas de agua, auto correlación, Correlación cruzada.



## DIFFERENTIAL FORMS IN $C^\infty$ -RINGED SPACES

CRISTIÁN DANILO OLARTE

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

`cristian.olarte@udea.edu.co`

$C^\infty$ -algebraic geometry, the differential analog of Grothendieck's algebraic geometry, was recently developed by Dominic Joyce in his Derived Differential Geometry program. In this framework, rings are replaced by  $C^\infty$ -rings, which are objects that generalize  $\mathbb{R}$ -algebras since they have not only the sum and product operations but also one operation for every smooth function  $f \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$  and every  $n \in \mathbb{N}$ . Therefore, geometric objects such as ringed spaces have their  $C^\infty$  counterparts. In particular, we can define  $C^\infty$ -schemes and  $C^\infty$ -stacks, which generalize several notions of differentiable spaces such as smooth manifolds and orbifolds.

In this presentation, we will address some facts about the construction of a complex of differential forms on a locally  $C^\infty$ -ringed space. This construction, as in the case of manifolds, turns out to be functorial; therefore, forms can be integrated over simplices, and a version of Stoke's theorem holds.

**Keywords and keyphrases**—  $C^\infty$ -rings,  $C^\infty$ -ringed spaces,  $C^\infty$ -schemes, differential forms, Kähler differentials, De Rham Complex.

**Palabras y frases clave**— Anillos -  $C^\infty$ , esquemas -  $C^\infty$ , formas diferenciales, diferenciales de Kähler.

---

## MORFISMOS DE ABEL-JACOBI, SERIES LINEALES Y SERIES LINEALES LÍMITE SOBRE CURVAS

PEDRO HERNÁNDEZ RIZZO

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

pedro.hernandez@udea.edu.co

En esta charla trataremos algunos de los problemas sobre series lineales y series lineales límite sobre curvas algebraicas.

**Keywords and keyphrases**— Algebraic curves, Abel morphisms, linear series.

**Palabras y frases clave**— Curvas algebraicas, morfismos de Abel, series lineales.

---

## CONSTRUCCIÓN DE CURVAS DE TIPO KUMMER CON MUCHOS LUGARES RACIONALES

LUZ ANGÉLICA PÉREZ

*Universidad del Valle, Cali, Colombia*

perez.luz@correounivalle.edu.co

En esta charla presentaremos una variación al método desarrollado en el artículo “Reciprocal polynomials and curves with many points over a finite field” de Gupta, Mendoza y Quoos, para construir extensiones de tipo Kummer con muchos lugares racionales.

**Keywords and keyphrases**— Algebraic functions fields, Kummer theory.

**Palabras y frases clave**— Cuerpos de funciones algebraicas, lugares racionales, extensiones de Kummer.

---

## REGULARIDAD DE SUBSECUENCIAS DE MISHCHENKO-FOMENKO EN $\mathcal{S}(gl_n)$

WILSON MUTIS, ANDRÉS BENAVIDES

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

wilsonmutis@udenar.edu.co

fandresbenavides@udenar.edu.co

El álgebra simétrica  $\mathcal{S}(gl_n)$  del álgebra de Lie  $gl_n$  de las matrices de tamaño  $n \times n$  sobre el cuerpo  $\mathbb{C}$  de los números complejos es el álgebra de polinomios en  $n^2$  variables. Para un elemento  $\xi$  del espacio dual  $gl_n^*$  sea  $\overline{\mathcal{A}}_\xi$  la subálgebra de Mishchenko-Fomenko de  $\mathcal{S}(gl_n)$  asociada al parámetro  $\xi$  y construida por el método de cambio de argumento. Un problema de interés en teoría de representaciones de álgebras de Lie es determinar si la subálgebra  $\overline{\mathcal{A}}_\xi$  es generada por una secuencia regular de polinomios. En esta charla mostraremos que ciertas subsecuencias de la subálgebra de Mishchenko-Fomenko en  $\mathcal{S}(gl_n)$  son secuencias regulares.

**Keywords and keyphrases**— Symmetric algebra, Mishchenko-Fomenko subalgebra, regular sequence.

**Palabras y frases clave**— Álgebra simétrica, subálgebra de Mishchenko-Fomenko, método de cambio de argumento, secuencia regular.

---

## ON DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS OF FAMILIES OF QUANTUM ALGEBRAS

ARMANDO REYES

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

mareyesv@unal.edu.co

Our purpose in this talk is to present some generalities about differential and integrable calculus for some families of quantum algebras. Our treatment follows the ideas presented by Brzeziński in several papers, together with some recent advances in the theory.

**Keywords and keyphrases**— Quantum algebras, differential calculus, integral calculus.

**Palabras y frases clave**— Quantum algebras, cálculo diferencial, cálculo integral.

---

## CURVAS $\mathbb{F}_{q^2}$ — MAXIMALES Y CUBRIMIENTOS

ARNOLDO TEHERÁN HERRERA

*Universidad Industrial de Santander*  
*Bucaramanga, Colombia*

ateheran@uis.edu.co

Dada una curva proyectiva no singular y geoméricamente irreducible  $\mathcal{C}$  sobre el cuerpo finito  $\mathbb{F}_{q^2}$  con  $q^2$  elementos, es conocido que si existe un cubrimiento  $\varphi : \mathcal{H}_{q^2} \rightarrow \mathcal{C}$ , donde  $\mathcal{H}_{q^2}$  denota la curva Hermitiana sobre  $q^2$ , entonces  $\mathcal{C}$  es  $\mathbb{F}_{q^2}$ -*maximal*, es decir, su número de  $\mathbb{F}_{q^2}$ - puntos racionales alcanza la cota de Hasse-Weil,

$$\#\mathcal{C}(\mathbb{F}_{q^2}) = q^2 + 1 + 2g(\mathcal{C})q,$$

donde  $g(\mathcal{C})$  denota el género de  $\mathcal{C}$ . El problema de determinar si toda curva  $\mathbb{F}_{q^2}$ - maximal era siempre cubierta por la curva fue resuelto en 2008 por Giulietti y Korchmáros mostrando un ejemplo de una curva  $\mathbb{F}_{q^2}$ - maximal, que no era cubierta por la curva hermitiana correspondiente; posteriormente Tafazoliana, Teherán y Torres en 2016 presentaron nuevos ejemplos de familias de curvas que no son cubiertas por la curva hermitiana; con la estrategia usada en los trabajos anteriores y usando algunas herramientas computacionales, por ejemplo Magma Computer se presentan técnicas para construir curvas maximales y adicionalmente la posibilidad de cubrimiento por la curva Hermitiana correspondiente.

**Keywords and keyphrases**— Projective curves over finite fields, maximum curves, coverages.

**Palabras y frases clave**— Curvas proyectivas sobre Cuerpos finitos, curvas maximales, cubrimientos.

## 7. POSTERS

---

### CONSTRUCCIÓN DE CÓDIGOS CÍCLICOS SOBRE $\mathbb{Z}_{20}$ PARA IDENTIFICAR PROTEÍNAS

MAURICIO FRIERI, DIANA BUENO

*Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia*

*Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colombia*

mauriciofrieri@gmail.com

dhbueno@javerianacali.edu.co

En la Teoría de Códigos se diseñan códigos que poseen estructuras algebraicas para codificar los mensajes de cierta manera que permita al receptor detectar, y en algunos casos corregir, alteraciones que pueden aparecer durante la transmisión con respecto al mensaje original. Algo similar ocurre en los procesos de traducción y transcripción del ADN. Cuando la información genética del ADN se transforma para sintetizar proteínas hay una transmisión de información de ARN a proteínas; a esto se le llama dogma central de la biología molecular. Varias investigaciones han hecho avances importantes para demostrar que existe en él un código corrector de errores, pues las proteínas pueden sufrir alteraciones al momento de su síntesis, pero siguen cumpliendo la misma función.

**Keywords and keyphrases**— Communication, correctcoding theory ory.

**Palabras y frases clave**— Comunicación, corrección, teoría de códigos.

---

## GRUPOS Y ANILLOS EN SAGEMATH

ALEJANDRA FLÓREZ, JUAN PABLO ORDCÓNEZ

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

alejaflorez@udenar.edu.co

agudelojuanp@udenar.edu.co

En este póster se estudian conceptos de Teoría de Grupos y Teoría de Anillos con ayuda del software de álgebra computacional SageMath.

**Keywords and keyphrases**— Groups, rings, SageMath.

**Palabras y frases clave**— Grupos, anillos, SageMath.

---

## UNICIDAD DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN EN DOMINIOS EUCLIDIANOS Y SU RELACIÓN CON EL ANILLOS DE POLINOMIOS

MIJAIL ESTEBAN BELTRÁN

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

mijail.beltran01@usa.edu.co

En este póster se busca destacar la singularidad del algoritmo de división. Es decir, cuando se consideran los elementos  $a$  y  $b$  pertenecientes a un dominio euclidiano  $D$  y la división de  $a$  por  $b$  arroja un cociente y un residuo únicos. El resultado central que se expondrá proviene de dos fuentes fundamentales. Estos trabajos establecen que si en el dominio  $D$  cumple la unicidad del cociente y el residuo, entonces  $D$  es isomorfo al anillo de polinomios  $F[x]$ , donde  $F$  representa el cuerpo de unidades de  $D$ . Además, se presentarán algunos resultados relacionados con el dominio específico  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\left(\frac{1+\sqrt{m}}{2}\right)$ .

**Keywords and keyphrases**— Euclidean domains, polynomial rings.

**Palabras y frases clave**— Dominios Euclidianos, anillos de polinomios.

---

## REDES DE PETRI Y SU CONEXIÓN CON LA TEORÍA DE CATEGORÍAS

ANGIE PAOLA ISAZA

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

angie.isaza@udea.edu.co

Las redes de Petri, una poderosa herramienta de modelado, han demostrado su utilidad en una amplia gama de aplicaciones, desde la planificación de procesos industriales hasta la modelización de sistemas biológicos y de información. Este póster aborda el concepto fundamental de las redes de Petri y presenta algunas de sus aplicaciones. Además, exploraremos la fascinante conexión entre las redes de Petri y la teoría de categorías, en la cual se le da estructura de categoría a las redes Petri.

**Keywords and keyphrases**— Category theory, Petri nets.

**Palabras y frases clave**— Teoría de categorías, redes de Petri.

---

## CONSECUTIVE PATTERNS IN CATALAN WORDS AND THE DESCENT DISTRIBUTION

ALEJANDRA ROJAS, JOSÉ L. RAMÍREZ

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

alrojasos@unal.edu.co

jramirezr@unal.edu.co

We compute the distribution of the descent statistic on the Catalan words avoiding a consecutive pattern of length at most three. Baril-Kirgizov-Vajnovszki began the study of patterns in Catalan words, focusing on the enumeration of those that avoid classical patterns of length 3. We make use of the symbolic method to associate functional equations satisfied by the counting generating functions. As a consequence we enumerate the set of Catalan words that avoid consecutive patterns of length 3, and we also provide the total number of descents on this set.

**Keywords and keyphrases**— Catwords,ord, consecutive pattern, pattern avoidance, descent.

**Palabras y frases clave**— Palabras de Catalan, patrón consecutivo, anulación de patrón, descenso.

---

## CATEGORÍA DE MÓDULOS DE PERSISTENCIA

CAMILO ANDRÉS GÓMEZ

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

camilo.gomezg1@udea.edu.co

Los de módulos de persistencia son usados en el análisis topológico, en el poster presento a la categoría formada por estos objetos y las propiedades algebraicas que la hacen adecuada para usos computacionales.

**Keywords and keyphrases**— Category, persistence of modules.

**Palabras y frases clave**— Categoría, módulos de persistencia.

---

## INTRODUCCIÓN A LAS ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS DE GRAFOS

CHRISTIÁN CASTAÑO

*Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia*

christian.castano01@usa.edu.co

En este trabajo se presentará a modo de introducción un desarrollo de las estructuras aritméticas sobre grafos y su conexión con temas de diferentes áreas de las matemáticas como la combinatoria, la teoría de números y el álgebra en general.

**Keywords and keyphrases**— Arithmetic structure of graphs, Python.

**Palabras y frases clave**— Estructura aritmética de grafos, Python.

---



---

# ALGUNAS OBSERVACIONES COMPUTACIONALES SOBRE LA DISTRIBUCIÓN DE LOS NÚMEROS PRIMOS

DANTE RUBIO

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

alealbam@uis.edu.co

En esta charla se presentan tres patrones encontrados al analizar computacionalmente la distribución de los números primos. El primer comportamiento refiere a un conjunto de funciones periódicas que convergen parcialmente a la distribución de los números primos, las cuales pueden ser descritas por análisis de Fourier en MatLab y surgen a partir de un algoritmo de filtro implementado en Python basado en la Criba de Eratóstenes. El segundo comportamiento hace referencia a una función que presenta características fractales y que surge al utilizar la compuerta lógica XOR en Python para comparar, en una relación 1 - 1, la información a nivel de bits de una lista de  $n$  números primos con  $n$  números naturales. Finalmente, el tercer comportamiento refiere a una ausencia en el plano (a escalas de  $10^{16}$ ) de parejas  $(x, y)$  que cumplan que su máximo común divisor sea uno; es decir, ausencia de parejas de números primos o coprimos. Finalmente, se mencionan ciertas limitaciones computacionales obtenidas en cada proceso.

**Keywords and keyphrases**— Foutransformationions, prime number, information function.

**Palabras y frases clave**— Transformada de Fourier, número primo, función de información.

---

# EXPLORING ULAM-HAMMERSLEY PROBLEM: A SURPRISING LINK BETWEEN $N$ COMBINATORICS AND RANDOM MATRIX THEORY

JOHN JAIRO LÓPEZ

*Tulane University, New Orleans, EE.UU*

jlopez12@tulane

Ulam-Hammersley problem is related to the length of the longest increasing subsequence in a random permutation of  $S_n$ . The problem consists in the study of the behavior of the expected value of this length. In this poster I will present some techniques used to approach this problem which exhibit a surprising connection between Combinatorics and Random Matrix Theory.

**Keywords and keyphrases**— Ulam's Problem, Robinson-Schensted correspondence, random matrixes.

*Palabras y frases clave*— Problema de Ulam, correspondencia de Robinson–Schensted, matrices aleatorias.

---

## P-GENERALIZED FIBONACCI SEQUENCES

JUAN FERNANDO PULIDO

*Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia*

jupulidom@unal.edu.co

La sucesión  $p$ -generalizada de Fibonacci, denotada como  $F_{p,k}$ , extiende la noción de la sucesión de Fibonacci convencional para cualquier número entero positivo  $p$  mediante la siguiente relación recursiva:  $F_{p,i} = \sum_{l=k-p}^{p-1} F_{p,l}$ , con las condiciones iniciales  $F_{p,i} = 0$  si  $p-2 \leq i \leq 0$  y  $F_{p,1} = 1$ . Nuestro objetivo consiste en mostrar algunos objetos contados por estas sucesiones como lo son los denominados poliminos y palabras  $p$ -generalizadas de Fibonacci para posteriormente aprovechar la naturaleza recursiva de estos objetos para deducir fórmulas cerradas para cada  $F_{p,k}$  por medio del método ECO. Finalmente, estudiamos las estadísticas del área, semiperímetro, número de nodos y número de nodos internos definidas en los poliminos  $p$ -generalizados de Fibonacci.

*Keywords and keyphrases*—  $p$ -generalized Fibonacci sequences, ECO method.

*Palabras y frases clave*— sucesiones de Fibonacci  $p$ -generalizadas, método ECO.

---

# OPERACIONES CON CÓDIGOS LINEALES EN SAGEMATH

LORENZO MEDINA, JOHN H. CASTILLO

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

medinalorenzo@udenar.edu.co

jhcastillo@udenar.edu.co

En este póster se presentarán métodos para construir códigos a partir de otros códigos. En especial, se expondrán los parámetros de los nuevos códigos obtenidos y su implementación en SageMath.

**Keywords and keyphrase** Coding theory, ory, SageMath.

**Palabras y frases clave**— Teoría de códigos, SageMath.

---

## DECODIFICACIÓN POR SÍNDROME

JUAN FERNANDO MAFLA

*Universidad de Nariño, Pasto, Colombia*

juanmafla@udenar.edu.co

En este documento se presentan algunas ideas sobre la teoría de códigos y se realiza un estudio de la decodificación por síndrome, un método utilizado en la detección y corrección de errores a través de los líderes. Una de sus aplicaciones es la transmisión de datos y la comunicación inalámbrica.

**Keywords and keyphrases** Coding theory, ory, Sagemath, standard array.

**Palabras y frases clave**— Teoría de códigos, Sagemath, arreglo estándar.

---

## HOMOLOGÍA DE MORSE

JOSÉ MIGUEL QUINTERO

*Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia*

jose.quinterom@udea.edu.co

Dada una función de Morse  $f : (M, g) \rightarrow \mathbb{R}$ , sobre una variedad Riemanniana compacta  $(M, g)$  se construye un complejo de cadena llamado el complejo de Morse-Witten asociado a esta función. La idea es mostrar que la homología de este complejo de cadena es isomorfa a la homología singular de  $M$ .

**Keywords and keyphrases**— Morse homology, Morse-Smale condition, Morse-Witten complex.

**Palabras y frases clave**— Homología de Morse, condición de Morse-Smale, complejo de Morse-Witten.